

Atividade envolvendo uma relação trigonométrica para alunos do Ensino Médio a partir do quadrante náutico

Activity involving a trigonometric relationship for high school students from the nautical quadrant

Actividad de relación trigonométrica para estudiantes de secundaria del cuadrante náutico

Laisa Moura Chaves*, Francisco Wagner Soares Oliveira**

Resumo

No contexto da Educação Matemática cearense, tem-se visto cada vez mais, estudos entorno da construção e do uso de antigos instrumentos matemáticos, isso com vistas a trazer contributos para o processo de ensino e aprendizagem de matemática. Dentre as possibilidades de instrumentos, elencamos o quadrante náutico, isso principalmente devido à sua simplicidade, o que entendemos que pode ser uma vantagem para seu uso em sala de aula. Particularmente, desenvolvemos a pesquisa com o objetivo de apresentar uma proposta de atividade com o quadrante náutico sobre a relação trigonométrica tangente a ser desenvolvida com estudantes do 1º ano do Ensino Médio sob o aporte teórico da Teoria das Situações Didáticas. A pesquisa é de abordagem qualitativa e do tipo exploratória. Dentre os resultados, pode-se observar que o uso do quadrante em atividades de medição impulsiona a mobilização/aplicação de conceitos geométricos abstratos em uma situação prática do dia a dia, por exemplo, medir a altura de uma porta ou de objetos. Com isso, compreende-se que a atividade proposta a partir do referido instrumento pode contribuir para que a aprendizagem aconteça de forma mais dinâmica e significativa.

Palavras-chave: Quadrante Náutico; Relações trigonométricas; Teoria das Situações Didáticas; Ensino de matemática.

Abstract

In the context of Mathematics Education in Ceará, more and more studies have been seen around the construction and use of ancient mathematical instruments, with a view to making contributions to the process of teaching and learning mathematics. Among the instrument possibilities, we list the nautical quadrant, mainly due to its simplicity, which we believe can be an advantage for its use in the classroom. Particularly, we developed the research with the objective the objective of presenting a proposal for an activity with the nautical quadrant on the tangent trigonometric relationship to be developed with 1st year high school students under the theoretical support of the Theory of Didactic Situations. The research has a qualitative and exploratory approach. Among the results, it can be observed that the use of the quadrant in measurement activities boosts the mobilization/application of abstract geometric concepts in a practical everyday situation, for example, measuring the height of a door or objects. With

* Graduada em Licenciatura Plena em Matemática pela Faculdade de Filosofia Dom Aureliano Matos (FAFIDAM), Limoeiro do Norte, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Sítio Carnaubal, 24, Casa, Zona Rural, Tabuleiro do Norte, Ceará, Brasil, CEP: 62960-000. ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-7528-9913>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0834559316762519>. Email: laisa.moura@aluno.uece.br.

** Doutor em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Professor adjunto na Faculdade de Filosofia Dom Aureliano Matos (FAFIDAM), Limoeiro do Norte, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Francisco Remigio, 287, Ap-101, Centro, Limoeiro do Norte, Ceará, Brasil, CEP: 62.930-000. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9296-8200>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8974341675195397>. E-mail: wagneruece.oliveira@uece.br.

this, it is understood that the activity proposed using this instrument can contribute to making learning happen in a more dynamic and meaningful way.

Keywords: Nautical Quadrant; Trigonometric relations; Theory of Didactic Situations; Mathematics teaching.

Resumen

En el contexto de la Educación Matemática en Ceará, cada vez se observan más estudios en torno a la construcción y uso de instrumentos matemáticos antiguos, con el objetivo de hacer contribuciones al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Entre las posibilidades instrumentales enumeramos el cuadrante náutico, principalmente por su sencillez, lo que creemos que puede ser una ventaja para su uso en el aula. Particularmente, desarrollamos la investigación con el objetivo de presentar una propuesta de actividad con el cuadrante náutico sobre la relación trigonométrica tangente para ser desarrollada con estudiantes de 1er año de secundaria bajo el sustento teórico de la Teoría de Situaciones Didácticas. La investigación tiene un enfoque cualitativo y exploratorio. Entre los resultados, se puede observar que el uso del cuadrante en actividades de medición potencia la movilización/aplicación de conceptos geométricos abstractos en una situación práctica cotidiana, por ejemplo, medir la altura de una puerta u objetos. Con esto, se entiende que la actividad propuesta mediante este instrumento puede contribuir a que el aprendizaje ocurra de una manera más dinámica y significativa.

Palabras clave: Cuadrante Náutico; Relaciones trigonométricas; Teoría de Situaciones Didácticas; enseñanza de matemáticas.

Introdução

O ensino da matemática, durante os últimos séculos, sofreu e ainda sofre mudanças significativas acerca de suas metodologias de ensino, de resoluções de problemas, de técnicas que buscam a inovação e a melhoria do ensino da matemática, dentre outros parâmetros. Com isso, uma das tarefas que ficam para docentes da graduação é levar discentes da Licenciatura em Matemática a despertarem a preocupação em buscar novas técnicas e recursos que possam subsidiar o trabalho em sala de aula, isso com o objetivo de melhorar a qualidade de ensino da matemática na Educação Básica.

Nesse contexto, tem-se visto, principalmente, pelos estudos publicados nos anais das 15 edições do Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM)¹ que a história da matemática tem se consolidado como uma área de estudo que fornece recursos para o professor buscar promover discussões sobre diferentes abordagens dos conteúdos matemáticos hoje disseminados nas salas de aula.

Segundo Mendes (2009) a utilização da história da matemática busca salientar aspectos investigativos no processo da construção de um devido conhecimento matemático, com a possível estimulação do desenvolvimento de pesquisas, sobre alguns parâmetros históricos para o seu ensino. Com isso, sabe-se que, a partir da investigação sobre a historiografia

¹ Para acesso aos trabalhos publicados nas primeiras 14 edições do SNHM, consulte: <https://crephimat.com.br/snhm>. Os trabalhos do XV podem ser observados em: <https://snhm.com.br/anais/>.

avançada, pode-se pensar em construir vertentes a partir da aproximação entre a história da matemática e o ensino da matemática.

Dentre as possibilidades de incorporação de recursos da história no ensino, Saito (2014) sinaliza um trabalho a partir do uso de instrumentos matemáticos antigos². Sobre esse tipo de aparato no ensino atual, sabe-se que eles “[...] pela articulação entre duas diferentes concepções (do passado e do presente) favorecem a reconstrução das ideias matemáticas já preconcebidas e sedimentadas pelo discente, fazendo-o (re)significar o objeto matemático” (Saito, 2014, p. 29).

Corroborando com essa compreensão, diante de diversos instrumentos históricos presentes nos séculos anteriores, pode-se destacar o quadrante náutico, utilizado comumente na astronomia de posição, possuindo a função de calcular, especialmente a altura do sol acima do horizonte ou de construções (Reis, 1988). Tais funções foram descritas no quadrante citado na obra *Libros del saber de Astronomía*, do Rei D. Afonso X de Cartilha, escrito no século 13. No entanto, segundo Reis (1988), apesar do quadrante náutico ter sido um instrumento muito utilizado, o mesmo foi substituído pelo astrolábio em meados do século XVI, principalmente, por conta do constante movimento das embarcações que acontecia em alto mar, onde realizavam as medições da altura do Sol, o que fazia com que o fio de prumo do quadrante acabasse se deslocando, o que dificultava a leitura da altura do astro no limbo do instrumento.

No quesito de sua construção matemática, o quadrante náutico traz conceitos tanto de geometria plana como também de desenho geométrico. Na geometria plana, pode-se contemplar o conteúdo de relações trigonométricas, onde torna-se possível, a partir do uso do quadrante náutico, determinar a medição de alturas, de ângulos, ou até mesmo à distância de um determinado objeto ou local.

Para esse artigo, é enfatizado o uso do quadrante náutico numa perspectiva mais educativa, nesse sentido, tem-se como o objetivo de apresentar uma proposta de atividade com o quadrante náutico sobre a relação trigonométrica tangente a ser desenvolvida com estudantes do 1º ano do Ensino Médio sob o aporte teórico da Teoria das Situações Didáticas (TSD).

Na sequência, é abordado inicialmente o quadrante náutico como recurso para o ensino e aprendizagem, posteriormente, aborda-se o conceito da relação trigonométrica tangente que

² Segundo Saito e Pereira (2019) instrumentos matemáticos são aqueles que eram utilizados por praticantes e estudiosos das matemáticas para medir quantidades (ângulo e distância).

se faz presente no quadrante náutico, juntamente com o conceito das relações trigonométricas e métricas, presentes no triângulo retângulo. Na sequência, é exposta a metodologia e o embasamento da TSD. Antes de expor as últimas considerações, expõe-se a proposta de atividade para os docentes que terão contato com o devido conteúdo e público-alvo pensado neste estudo.

O quadrante náutico como recurso para o ensino e aprendizagem de matemática

O trabalho com instrumentos matemáticos históricos tem como uma de sua importância mostrar aos estudantes, o conceito matemático aplicado em uma situação prática no momento do manuseio de tal instrumento. Com a sua utilização, tanto o docente como os alunos possuem a liberdade de poder participar de cada fase do processo de construção ou uso do devido instrumento que está sendo utilizado em sala de aula, onde é possível destacar aspectos importantes, como, por exemplo: como se deu a sua construção, em qual contexto foi utilizado, quais conteúdos da matemática o aparato mobiliza, dentre outros aspectos que enfatizam a importância do uso de tais instrumentos.

Compreende-se que o instrumento quadrante náutico pode ser incluído tanto nas aulas de ensino básico, como também no ensino superior, isso a partir de uma proposta de atividade com o uso de tal instrumento. Corroboram para essa constatação, as inúmeras pesquisas e atividades de ensino que têm sido desenvolvidas a partir do quadrante náutico³. Na sequência, como exemplo, fala-se dos trabalhos de Matos e Falcão (2020) e Matos (2020).

Matos e Falcão (2020) apresentam uma opção de atividade para o uso desse instrumento no ensino de matemática, em especial no ensino de geometria, isso a partir de alguns conceitos básicos, como, por exemplo, o conceito de medidas (angulares e métricas) e distâncias. A atividade foi aplicada com turmas de Ensino Fundamental, principalmente com os alunos que possuem entre 5 e 9 anos, juntamente com os seus responsáveis legais. A proposta pode ser encontrada nos anais eletrônicos do SNHCT (Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia), disponível no formato eletrônico.

³ Ao buscar pelo termo “Quadrante Náutico” no Google Acadêmico, aparecem um total de 82 resultados, dos quais muitos abordam sua incorporação no ensino. Outros tratam de aspectos históricos e outros de conceitos matemáticos e astronômicos. A busca nessa base de dados foi realizada em 20 de fevereiro de 2024.

Em um primeiro momento, a atividade se iniciou com a apresentação e contextualização histórica sobre o quadrante náutico. Para essa atividade, foi necessário a utilização de ilustrações para a melhor compreensão das crianças e dos adultos que estavam tendo contato com tal instrumento. Na próxima etapa, Matos e Falcão (2020) estabeleceram a atividade de registros de campo, realizado no MAST (Museu de Astronomia e Ciências Afins), em setembro de 2017. Os autores relatam que o público que estava tendo o contato com o objeto, principalmente as crianças, mostraram interesse no quadrante, principalmente curiosidade em saber como funcionava, qual a sua devida função, dentre os demais aspectos. Em seguida, foi proposto aos participantes o mapeamento do local onde estava sendo aplicado a atividade, para determinação de medidas simples, e até mesmo com o uso de uma malha quadriculada para discutir conceitos de medições simples.

Após a aplicação no MAST, houve também a aplicação no Colégio Estadual Francisco Campos, na turma de 2º ano do Ensino Médio, no período noturno. A atividade possuiu as mesmas etapas, no entanto, os alunos demonstraram maior interesse no embasamento teórico, teceram alguns comentários, em relação ao objeto em si e ao seu funcionamento. Na utilização do instrumento, os alunos se mostraram curiosos, com a utilização de uma malha quadriculada para aferir as medições do espaço que os estudantes estavam inseridos, para a determinação do conceito de cálculo e distâncias métricas e angulares.

Com a medição feita pelos estudantes, houve a aferição e confirmação de tal medida, após observarem que a medição estabelecida por eles estar correta, eles ficaram espantados e empolgados, pois tiveram a confirmação que um instrumento histórico funciona nas realidades até então encontradas pelos discentes. Portanto, Matos e Falcão (2020) enfatizam a importância de trabalhar com o quadrante náutico nas aulas de matemática como possibilidade para favorecer a aproximação entre história e matemática, para o melhor ensino e aprendizagem dos alunos.

Matos (2020) propõe uma sequência didática aplicada na turma de segundo ano do Ensino Médio, com o intuito de estudar alguns conceitos de trigonometria e de geometria. No primeiro momento, o autor enfatiza o contexto histórico do quadrante náutico, com a utilização de narrativas históricas, aproximando a matemática e a astronomia. No segundo momento da sequência didática, é proposto a construção do quadrante e a instrução de como utilizar o quadrante. Por fim, os alunos utilizaram o quadrante náutico para medir locais da escola, como, por exemplo, os muros que a cercavam. Após a medição com o quadrante, os estudantes foram

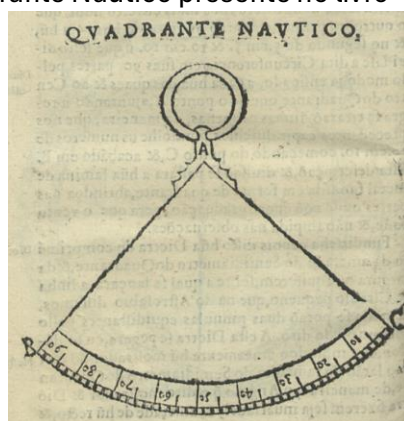
conferir com a trena se os resultados coincidiam com os resultados obtidos a partir do uso do instrumento. Os alunos, segundo Matos (2020), se mostraram entusiasmados e animados em ver que o instrumento funcionou e que o conteúdo abordado se tornou algo prático.

Com isso, torna-se aparente a importância da utilização do instrumento quadrante náutico em aulas de matemática, onde torna-se possível a aproximação entre a história da matemática e a matemática escolar, abordando conceitos de trigonometria e/ou de geometria de uma forma prática e contextualizada.

O quadrante náutico e o conceito da relação trigonométrica tangente presente em uma situação prática de medição

O quadrante náutico, como visto anteriormente, foi um instrumento utilizado em séculos anteriores principalmente no período das grandes navegações, tal instrumento possuía funções de extrema eficácia para aquelas pessoas que o utilizavam, em especial no contexto da navegação, na determinação da altura do Sol acima do horizonte. Neste trabalho, é realizado um estudo do instrumento Quadrante Náutico, a partir da versão descrita na obra “Arte de Navegar” publicada em 1606 por Simão de Oliveira. Com isso, pode-se expor uma ilustração retirada de sua obra para melhor ilustrar a estética do quadrante (Figura 1).

Figura 1 – Quadrante Náutico presente no livro “Arte de navegar”



Fonte: Oliveira (1606, p. 64).

O quadrante náutico é formado por um quarto de círculo, onde pode ser confeccionado em madeira ou latão. Sob o segmento de reta AB, posicionado ao lado direito do instrumento, são fixadas duas “pínulas”, possuindo cada uma um orifício em seu centro. Em seu vértice A, com medida de 90 (noventa) graus, encontra-se um fio de prumo. O quadrante náutico também contém dois limbos, graduados de zero graus até noventa graus (Oliveira, 1606).

Em relação ao uso do quadrante náutico em uma situação prática de medição, sabe-se que, de início, deve-se apontar o instrumento para um determinado astro que se quer observar através dos orifícios de ambas as pínulas citadas acima. Após apontar o instrumento para o devido astro, deve-se notar em qual grau o fio de prumo ficará apontado no quarto de círculo, pois é lá que será mostrado em qual ângulo (de 0º graus a 90º graus) o astro se posiciona. Na ilustração abaixo, tem-se uma réplica física do quadrante (Figura 2):

Figura 2 – Observação dos resultados obtidos pelo Quadrante Náutico a partir do seu uso em uma situação prática



Fonte: Pereira (2000, p. 8).

Com a verificação da forma de utilização do quadrante, que a princípio deixa a entender que trabalha com conceitos básicos de geometria de forma prática, observa-se que o referido instrumento histórico pode ser pensado como recurso para incorporação no âmbito educacional, ou seja, pode-se notar uma possibilidade de implementá-lo como um aparato didático nas escolas de Educação Básica e/ ou instituições de Ensino Superior, isso como forma de favorecer o processo de ensino aprendizagem de matemática.

Então, pensa-se na utilização do Quadrante Náutico para o ensino e aprendizagem do conteúdo da relação trigonométrica tangente, conteúdo esse abordado no Ensino Médio.

O conceito da relação trigonométrica tangente surge no instrumento a partir da necessidade de se calcular a altura ou uma determinada distância de um objeto, ou até mesmo de um astro, como era utilizado no período das grandes navegações portuguesas. O quadrante náutico é posicionado a uma determinada distância do local ou objeto que se deseja calcular a distância ou altura. Após o posicionamento do instrumento, com o manuseio dele, será identificado, a partir do fio de prumo, um determinado ângulo, permitindo criar a semelhança de triângulo com o ângulo e a distância do observador até o objeto que se quer determinar a altura. Portanto, o objetivo principal deste artigo, como já dito anteriormente, é apresentar uma

proposta de atividade com o quadrante náutico sobre a relação trigonométrica tangente a ser desenvolvida com estudantes do 1º ano do Ensino Médio sob o aporte teórico da TSD.

Metodologia

Esse trabalho possui características de uma pesquisa exploratória, visto que segundo Gil (2002, p. 41) as pesquisas exploratórias “têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições”. Quanto à sua abordagem, esta pesquisa tem caráter qualitativa, a qual segundo Neves (1996, p. 1) “[...] costuma ser direcionada, ao longo de seu desenvolvimento; além disso, não busca enumerar ou medir eventos e, geralmente, não emprega instrumental estatístico para análise de dados”.

O trabalho aqui apresentado, como mencionado anteriormente, é desenvolvido com vistas a apresentar uma proposta de atividade com o quadrante náutico sobre a relação trigonométrica tangente a ser desenvolvida com estudantes do 1º ano do Ensino Médio sob o aporte teórico da TSD. Com base na TSD, sabe-se que a atividade proposta deve possuir quatro etapas principais, em que, de acordo com Brousseau (2008), Oliveira (2018) e Almouloud (2007, 2024) são respectivamente nessa ordem, as etapas de ação, de formulação, de validação e de institucionalização.

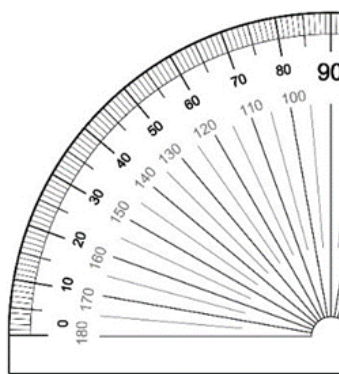
A etapa de ação consiste em colocar para o aluno um problema, onde a melhor solução é o conhecimento a ensinar, ou seja, o aluno irá agir e irá receber informações sobre a sua ação. Já a formulação, consiste na troca de informações de um aluno com os demais, ou seja, ambos irão trocar informações sobre a atividade. A validação consiste em validar ou não os resultados obtidos pelo aluno, com base no problema proposto. Por fim, tem-se a institucionalização, fase essa em que o professor irá deixar explícito os seus objetivos de ensino com base no conteúdo matemático que permeia a problemática da atividade que será proposta (Almouloud, 2007, 2024; Oliveira, 2018).

De início, para realizarmos tais etapas, devemos iniciar um estudo teórico sobre os assuntos que fazem parte da atividade proposta, isto é, um estudo sobre semelhança de triângulos e algumas relações trigonométricas presentes no triângulo retângulo, juntamente com informações históricas sobre o quadrante náutico, qual a sua funcionalidade, para que os

povos antigos utilizavam, quais eram esses povos, dentre demais aspectos históricos e matemáticos que permeiam o quadrante náutico.

O quadrante náutico, pensado em seu uso como um possível recurso para o ensino, compreende-se que ele pode ser fabricado, com a utilização de materiais diversos e acessíveis que podem ser encontrados em nosso cotidiano. Uma possibilidade, seria construí-lo utilizando folhas A4, caixas de papelão, régua, fio de náilon e um objeto pequeno e pesado (por exemplo, uma pedra ou pedaço de metal) para ser posicionado na ponta do fio e formar o “fio de prumo”. Na figura 3 a seguir, é possível observar a construção que foi realizada no software GeoGebra, onde é possível notar a graduação dos ângulos de 0° a 90° graus.

Figura 3 – Construção do quadrante náutico no GeoGebra



Fonte: Elaborado pelos autores, 2024.

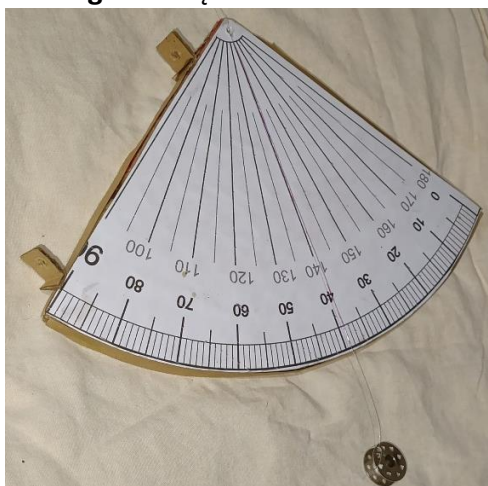
Para essa construção além de alguns recursos do GeoGebra ainda utilizamos uma imagem para ajudar a demarcar a precisão da graduação dos graus no limbo do instrumento. Essa construção, embora do ponto de vista matemático mantenha a precisão do instrumento no processo de medição de uma determinada altura, ela não segue fielmente as orientações descritas por Oliveira (1606) em sua arte de navegar.

Proposta de atividade - Atividade Náutica: Navegando por meio da relação trigonométrica da tangente de um ângulo

Apresentação da atividade: A atividade aqui exposta utiliza-se dos conceitos abordados com a utilização do Quadrante Náutico como um material concreto manipulativo, que pode contribuir e auxiliar os alunos na resolução de problemas que envolvam a utilização dos conceitos sobre semelhança de triângulos e sobre a relação trigonométrica da tangente de um ângulo (conceito de ângulos e relações trigonométricas), com o intuito de aproximar os esses conceitos abstratos da realidade dos estudantes.

Guia para o professor

Figura 4 – Quadrante Náutico



Fonte: Acervo da pesquisa, 2024.

Nessa Figura 4, tem-se o instrumento construído, na imagem a direita, é possível observar as pínulas, as quais estão sobre o lado que marca os 90°, o fio de prumo representado por uma linha fina que tem ao final de seu comprimento uma bobina, a qual é responsável por fazer um peso sobre a linha o que a faz está em prumo com a gravidade.

Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos. Elementos que norteiam a atividade (Quadro 1):

Quadro 1 – Resumo da prática

Série/Ano		1º ano do Ensino Médio
Unidade temática		Geometria
Objeto de conhecimento		Relações métricas no triângulo retângulo.
Habilidade		(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos (CEARÁ, 2021, p. 171).
Objetivos	Docente	Desenvolver a habilidade de aplicar conceitos básicos das relações trigonométricas na solução de um problema que envolvam a determinação de alturas de certos objetos presentes no cotidiano. Revisar o conceito de semelhança de triângulos juntamente com as leis sobre seno, cosseno e tangente para resolver tais situações problemas.
	Aluno	Aplicar conceitos básicos das relações trigonométricas na solução de um problema envolvendo a determinação de alturas de objetos do cotidiano.
Materiais necessários		Com o intuito de tornar o tempo mais favorável para a realização da atividade, é recomendado que o professor possua alguns quadrantes náuticos já confeccionados. Também se torna necessário uma trena para efetuar algumas medições necessárias para a resolução dos problemas, folhas A4 e lapiseiras para anotar as informações, e calculadora para efetuar os cálculos rapidamente.
Conhecimentos prévios		É necessário que os alunos tenham conhecimento sobre as relações trigonométricas básicas, ou seja, seno, cosseno e tangente, triângulo retângulo e semelhança de triângulos.
Duração		2 horas/aulas

Fonte: Elaborado pelos autores, 2024.

Aspectos gerais do experimento: de antemão, os alunos terão um primeiro contato com o quadrante náutico a partir de um contexto histórico apresentado pelo(a) professor(a)⁴. Após esse reconhecimento histórico sobre o instrumento, a sala deve ser dividida em alguns grupos para realizar a atividade, onde os alunos terão a função de calcular a altura de objetos expostos na própria instituição escolar. No experimento, vale destacar que os alunos irão trabalhar conceitos de relações trigonométricas, em especial, será abordado o conceito de catetos de um triângulo retângulo, juntamente com o conceito de tangente.

O experimento: a atividade corresponde em utilizar o Quadrante Náutico que será fornecido pelo professor da sala para calcular a altura de certos objetos disponíveis na própria escola. De início, os alunos podem calcular a altura da porta da sala de aula com a utilização do instrumento. Após isso, os alunos serão direcionados a determinar a altura do bebedouro, também localizado na própria escola. Por fim, após os estudantes compreenderem como o instrumento realmente funciona, será orientado que eles encontrem a altura do muro da escola a partir do instrumento. Pode-se notar que a última aferição possui um maior nível de dificuldade, por se tratar de um local mais alto e provavelmente de difícil medição, fazendo com que eles consigam abstrair de forma mais efetiva os conhecimentos mobilizados e ainda utilizem o instrumento a seu favor.

Preparação: os estudantes devem ser orientados a formar grupos de 4 pessoas, onde cada aluno se torna responsável por uma função na atividade. A divisão pode ser realizada da seguinte maneira: O primeiro aluno será o responsável por manusear o Quadrante Náutico, já o segundo aluno por determinar a altura do primeiro aluno, o terceiro por determinar a distância do primeiro aluno até o objeto que está sendo medido e observar qual a angulação obtida no manuseio do quadrante, e por fim, o quarto aluno irá conferir qual a altura real do objeto que está sendo medido, através da trena. Por fim, deve-se efetuar os cálculos em uma folha A4 e conferir os resultados. Após obter a altura do primeiro exercício proposto, segue-se para os demais, trocando as funções de cada aluno.

Etapas para o desenvolvimento do experimento:

⁴ Informações sobre esse contexto histórico, podem ser consultadas em: Oliveira (2000) e em Oliveira e Pereira (2020).

Primeira etapa para o desenvolvimento da atividade – Desenvolvem-se elementos da etapa de ação da TSD: Expor aos alunos qual a função do Quadrante Náutico, como ele funciona, como ele pôde ser montado, ou seja, pode-se ser mostrado um breve contexto histórico, além disso, deve-se estabelecer qual objeto ou local que se deseja definir a sua altura:

1º PASSO - Cada aluno deverá observar e pegar o quadrante náutico, ver como ele foi montado, ver os graus presentes no quadrante, etc.

2º PASSO - Os alunos devem observar o contexto histórico por trás do instrumento, conhecer quais os povos que trabalhavam com o instrumento, reconhecer como utilizar o instrumento da forma correta, ou seja, é dever do professor mostrar aos alunos o embasamento histórico e contextual do instrumento.

3º PASSO - Após isso, deve-se observar qual o objeto mais próximo que pode ser medido, ou seja, é mais indicado que comecemos com um objeto/local mais acessível e mais simples de ser medido.

4º PASSO - Em seguida, deve ser apresentado o objeto/local ao aluno, para que eles possam estimar a altura do determinado objeto/local.

Segunda etapa para o desenvolvimento da atividade – resquícios da etapa de ação e de formulação da TSD: Manipulação do Quadrante Náutico. A manipulação do instrumento irá servir para a coleta de informações necessárias para observar a relação trigonométrica da tangente de um ângulo, como o conceito de tangente. Este manuseio deve ser orientado pelo(a) professor(a), da seguinte forma:

1º PASSO - Com o auxílio de uma trena, o terceiro aluno deve realizar a medição da distância entre o referencial escolhido (objeto ou outro referencial de escolha do professor) e o ponto A, ou seja, o local onde o primeiro aluno está posicionado para realizar a medição com o Quadrante Náutico, com isso é obtida a distância que chamaremos de d .

2º PASSO - Com o primeiro aluno posicionado no ponto A, ocorre a medição do ângulo \hat{I} utilizando o Quadrante Náutico, ou seja, nessa etapa, os alunos já devem ter a completa sabedoria de como utilizar o instrumento.

3º PASSO - Novamente com o auxílio da trena, o segundo aluno mede a altura do primeiro aluno, essa altura pode-se ser nomeada de h .

Terceira etapa para o desenvolvimento da atividade – Elementos da etapa de formulação e de validação da TSD – Medição do ângulo \hat{I} mencionado na etapa anterior, com a utilização do

Quadrante Náutico. Com o Quadrante em mãos, o primeiro aluno posiciona o instrumento com a graduação de 90° virada para o seu olho, após isso, o aluno olha através das pínulas até o ponto mais alto do referencial determinado e espera o pêndulo, formado pelo fio de náilon e o peso localizado na ponta do fio, parar de balançar. Com isso, com a ajuda do terceiro aluno, observa-se qual o ângulo indicado pelo Quadrante.

Quarta etapa para o desenvolvimento da atividade – Elementos da etapa de institucionalização da TSD – Aplicação das relações trigonométricas por meio de cálculos. Depois da utilização do Quadrante Náutico, o professor retorna com os alunos para a sala de aula, onde devem realizar os cálculos praticando os conhecimentos a respeito de relações trigonométricas, em especial da tangente.

Durante a segunda etapa, os alunos escreverão as medidas obtidas no quadro abaixo, podendo ser disponibilizado em forma de ficha para eles depositarem as suas medições e informações que são necessárias para efetuar os cálculos nas etapas subsequentes (Quadro 2).

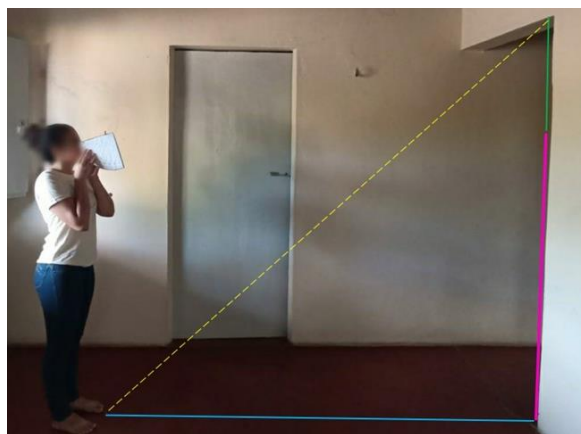
Quadro 2 – Quadro para registro dos valores

MEDIDA	VALORES OBTIDOS
d	
\hat{i}	
h	

Fonte: Elaborado pelos autores, 2024.

O professor irá pedir para os alunos calcularem a altura do referencial, o que os levará a aplicar os conceitos de relações trigonométricas antes vistos em sala de aula, com o auxílio das informações coletadas e escritas na ficha acima. Para deixar mais evidente o que deve ser realizado pelos grupos, veja atentamente o exemplo que está disponibilizado abaixo, onde é utilizado o Quadrante Náutico para determinar a altura de uma porta. Com isso, atente-se para a Figura 5, em que é possível encontrar um vão na parede onde será posto uma porta que se quer determinar a sua altura, e o Quadrante sendo posicionado para determinar a referida altura.

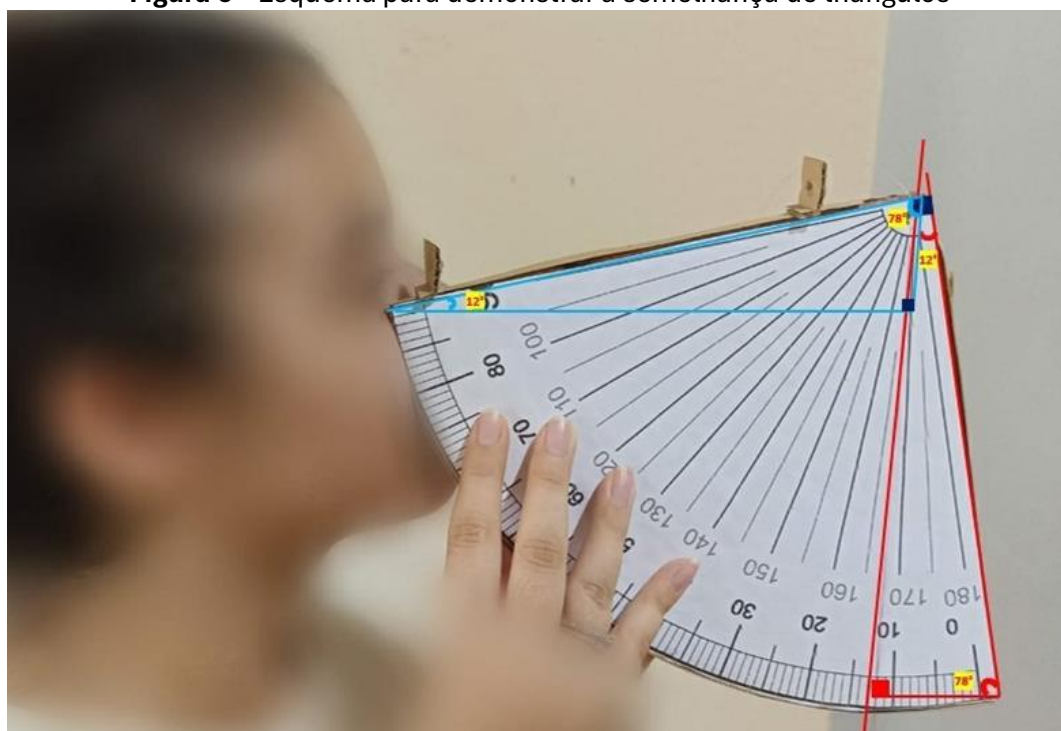
Figura 5 – Quadrante Náutico e o local para se determinar a sua altura



Fonte: Acervo da pesquisa, 2024.

De início, os grupos estabelecidos pelo professor devem calcular as devidas distâncias/medidas necessárias para efetuar os cálculos, as quais foram destacadas anteriormente. A primeira medida será a distância do primeiro aluno até a abertura onde será posta a porta, local determinado para definir a sua altura (indicada pela cor azul). A segunda medida será o ângulo formado com a utilização do Quadrante. A última medida realizada pelos alunos será a determinação da altura do aluno que está manuseando o instrumento (indicada pela cor rosa), e à medida que iremos encontrar será a medida que deve ser adicionada à altura do aluno (medida indicada pela cor verde). Para ilustrar o conceito de semelhança de triângulos presente no quadrante, observe o esquema abaixo (Figura 6):

Figura 6 – Esquema para demonstrar a semelhança de triângulos



Fonte: Acervo da pesquisa, 2024.

Após isso, podemos perceber a mobilização do conceito de semelhança de triângulos com a determinação das devidas medições. Com isso, devemos aplicar o conceito de tangente de um certo ângulo, onde o ângulo que será utilizado para solucionar o exemplo em questão, será determinado com o manuseio do Quadrante no ato da atividade.

As medidas encontradas no exemplo da Figura 6 foram: 2,47 m de distância entre a aluna que está manuseando o Quadrante Náutico e o referencial definido (a parede), 1,56 m altura da aluna, por fim, 12° formado a partir da manipulação do instrumento. Com isso, tem-se um dos catetos do triângulo retângulo formado, o cateto oposto, então, é possível aplicar a relação trigonométrica denominada ‘tangente’, em que iremos obter:

$$\tan (12^\circ) = \frac{CO}{2,47} \rightarrow CO \cong 0,52 \text{ m}$$

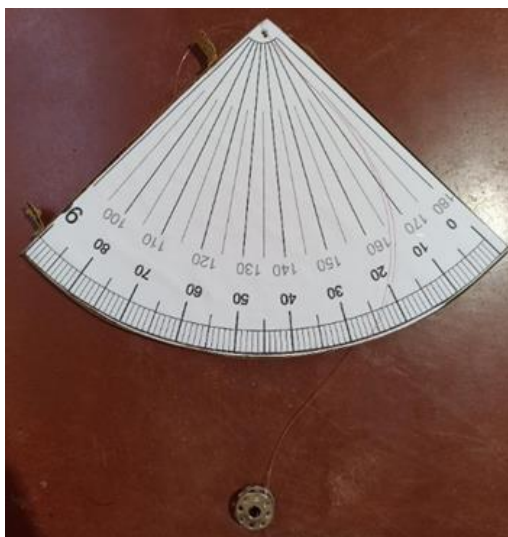
No cálculo, o CO (cateto oposto), uma das relações métricas do triângulo, será a medida da altura que devemos encontrar, em que essa medida será adicionada à medida da aluna. Efetuando os cálculos, pôde-se encontrar o valor do cateto oposto, ou seja, o valor da seta indicada pela cor verde na Figura 5. Por fim, deve-se adicionar esse valor à altura da aluna, ou seja, soma-se 0,52 m com 1,56 m, em que iremos obter 2,08 m. Com o uso de uma trena, será efetuada a medição da altura da porta para conferir com o valor encontrado. A real medida da porta é 2,12 m, ou seja, a medida encontrada é extremamente próxima à medida real, comprovando a eficácia do instrumento.

Fechamento – Fase de Institucionalização da TSD: Para o fechamento dessa atividade, sugere-se que o professor solicite aos alunos para relatarem as suas experiências realizando o manejo do Quadrante Náutico, e a partir disso, a proposta é que seja sistematizado os conceitos mobilizados durante a prática, em especial, o conceito de tangente das relações trigonométricas, juntamente com os conceitos de semelhança de triângulos. Nesse momento, o professor deve conduzir o processo de modo que os estudantes compreendam de forma correta os conceitos geométricos mobilizados.

Folha do aluno

Nome da atividade - Atividade Náutica: Navegando por meio da relação trigonométrica da tangente de um ângulo.

Figura 7 – Quadrante Náutico



Fonte: Elaborado pelos autores, 2024.

Comentários iniciais: nesta atividade, iremos utilizar o Quadrante Náutico, destacado na Figura 7, como um recurso para determinar as alturas de objetos e locais, como mencionado no início da aula. Devem-se se organizar em grupos de quatro alunos, em que cada estudante será orientado pelo(a) professor(a) sobre qual a sua função e sobre o que deve ser feito durante a realização da atividade.

Procedimento: primeira etapa – Definir a medição da altura da porta da sala de aula.

1º PASSO - De início, o estudante responsável por realizar a medição com o instrumento, deve segurar o Quadrante Náutico com firmeza, após isso, é preciso direcionar o ângulo de 90 graus para o olho do aluno, em que será possível determinar a angulação formada ao observar o topo da porta da sala de aula através das pínulas do quadrante.

2º PASSO - O próximo aluno deverá definir a distância do observador, ou seja, do aluno que está manuseando o quadrante, e do referencial, a porta da sala de aula. Após isso, o terceiro aluno deve medir a altura do observador, para adicionar nos cálculos.

3º PASSO - Anotar as medidas obtidas nas fichas que foram disponibilizadas pelo(a) professor(a) no início da atividade. Em seguida, realizar os cálculos com as informações obtidas.

4º PASSO - Observar o valor obtido. Após isso, o último aluno irá realizar a medição da porta para verificar se o seu resultado foi satisfatório.

Segunda etapa – Definir a medição da altura do bebedouro.

Nessa etapa, é indicado que os alunos modifiquem as suas funções, por exemplo, o aluno que manuseou o Quadrante Náutico na etapa anterior, deve realizar outra função na etapa atual.

1º PASSO - De início, o primeiro aluno deve segurar o Quadrante Náutico com firmeza, após isso, deve-se direcionar o ângulo de 90 graus para o seu olho, em que será possível determinar a angulação formada ao observar o topo do bebedouro através das pínulas.

2º PASSO - O próximo aluno deverá definir a distância do observador, ou seja, do primeiro aluno que está manuseando o quadrante, e do referencial, o bebedouro da sala de aula ou da escola. Após isso, o terceiro aluno deve medir a altura do observador, para adicionar nos cálculos.

3º PASSO - Anotar as medidas obtidas nas fichas que serão disponibilizadas pelo(a) professor(a) no início à atividade. Em seguida, realizar os cálculos com as informações obtidas.

4º PASSO - Observar o valor obtido. Após isso, o último aluno irá realizar a medição do bebedouro para verificar se o seu resultado foi satisfatório.

Terceira etapa – Definir a medição do muro da escola.

Nessa etapa, também é indicado que os alunos modifiquem as suas funções que foram descritas nas etapas anteriores, ou seja, o aluno que manuseou o Quadrante Náutico nas etapas anteriores, deve realizar outra função na etapa atual, para poder ter experiências diferentes.

1º PASSO - De início, o primeiro aluno deve segurar o Quadrante Náutico com firmeza, após isso, deve-se direcionar o ângulo de 90 graus para o olho do aluno, em que será possível determinar a angulação formada ao observar o topo do muro da escola através das pínulas.

2º PASSO - O próximo aluno deverá definir a distância do observador, ou seja, do primeiro aluno que está manuseando o quadrante, e do referencial, muro da escola. Após isso, o terceiro aluno deve medir a altura do observador, para adicionar nos cálculos.

3º PASSO- Anotar as medidas obtidas nas fichas que serão disponibilizadas pelo(a) professor(a) no início da atividade. Em seguida, realizar os cálculos com as informações obtidas.

4º PASSO- Observar o valor obtido. Após isso, o último aluno irá realizar a medição do muro da escola com uma trena para verificar se o seu resultado foi satisfatório.

Fechamento da atividade – Relato da experiência vivenciada com a utilização do Quadrante Náutico para a determinação da altura de determinados objetos/locais.

Nessa etapa, os alunos retornam à sala de aula e compartilham as suas experiências com os colegas, falando sobre os aspectos mais importantes que foram observados ao decorrer da atividade.

Considerações finais

Como mencionado anteriormente, o principal objetivo do trabalho aqui produzido, é apresentar uma proposta de atividade com o quadrante náutico sobre a relação trigonométrica tangente a ser desenvolvida com estudantes do 1º ano do Ensino Médio sob o aporte teórico da TSD. Torna-se necessário mencionar que a atividade foi pensada e estudada para ser realizada em duas horas de aula, ou seja, os conceitos que são abordados no decorrer do experimento, são conceitos até então vistos pelos alunos em sala de aula, através dos conceitos abordados no livro didático, ou seja, o conceito da relação trigonométrica tangente do ângulo de um triângulo retângulo com a utilização da semelhança de triângulos também presente no conceito de triângulo retângulo. No entanto, o docente que tiver o contato com o presente trabalho pode utilizá-lo para a realização de demais atividades que trabalham relações trigonométricas, como, por exemplo, descobrir a medida dos demais catetos presentes no triângulo retângulo.

Cabe destacar que o aporte da TSD favoreceu o delineamento da atividade com o quadrante náutico, visto que, a partir dele foi possível prever alguns momentos, em especial o de ação, de formulação, o de validação e o de institucionalização. Com eles, compreende-se que o professor terá mais chances de conduzir os estudantes na direção do aprendizado do conteúdo previsto para a aula, pois o docente principalmente nas três primeiras etapas deixará os estudantes agirem sobre a atividade proposto, sendo que sua intervenção mais efetiva se dará apenas ao final, isso para que possa institucionalizar o conteúdo previsto.

Portanto, espera-se que a atividade aqui mencionada seja utilizada em sala de aula por professores da Educação Básica. Entende-se que a atividade por meio do quadrante náutico pode colaborar para os estudantes observarem que a matemática não é um conhecimento apenas abstrato ou um conhecimento morto, mas sim que ela pode ser utilizada em diversas situações práticas.

Referências

ALMOULOUD, S. Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ALMOULOUD, S. Ag. O papel da linguagem na Teoria das Situações e na Teoria Antropológica do Didático. **Revista Ensino em Debate**, [S. l.], v. 2, p. e2024009, 2024. DOI: 10.21439/2965-6753.v2.e2024009. Disponível em: <<https://revistarede.ifce.edu.br/ojs/index.php/rede/article/view/27>>. Acesso em: 14 abr. 2024.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. Trad.: Camila Bogéa. 1. ed. São Paulo: Ática, 2008.

CEARÁ. **Documento Curricular Referencial do Ceará** – Ensino Médio. *Versão lançamento virtual provisória*. Fortaleza – CE, setembro de 2021.

GIL, A. C. **Metodologia da pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

MATOS, A. A. **A construção e a utilização de instrumentos astronômicos antigos**: um recurso pedagógico para o ensino e aprendizagem de geometria e trigonometria. 2020. 125 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Astronomia) -Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2020.

MATOS, C. S. R.; FALCÃO, D. História e Matemática no MAST: brincando com o quadrante, descobrindo histórias e aplicando conceitos matemáticos e cartográficos. *In: Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia, 17º.*, 2020, Rio de Janeiro. **Anais [...]** Rio de Janeiro: Unirio, 2020. p. 01-14.

MENDES, I. A. **Investigação histórica no ensino da matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2009.

NEVES, J. L. Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades. **Cader no de pesquisas em administração**, São Paulo, v. 1, n. 3, p. 1-5, 1996.

OLIVEIRA, F. W. S.; PEREIRA, A. C. C. Sobre a navegação portuguesa do século XVI à luz do instrumento jacente no plano. **Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática**. Lisboa, n. 78, p. 93-108, 2020. Disponível em: <<https://revistas.rcaap.pt/boletimspm/article/view/25743>>. Acesso em: 07 fev. 2023.

OLIVEIRA, F. W. S. **Os momentos da teoria das situações didáticas no ensino de matemática**. REMAT: Revista Eletrônica da Matemática, v. 4, n. 2, p. 10-20, 2018.

OLIVEIRA, S. de. **Arte de navegar**. Lisboa: Oficina de Pedro Crasbeeck. 1606.

PEREIRA, J. M. M. **Experiências com Instrumentos e Métodos Antigos de Navegação**, Lisboa: Academia de Marinha, 2000.

REIS, A. Estácio dos. **O quadrante náutico**. Lisboa: Editora da Universidade de Coimbra, 1988.

SAITO, F. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática. **REMATEC**, Belém, PA, v. 9, n. 16, p. 25-47, 2014. Disponível em: <<https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/320>>. Acesso em: 20 fev. 2024.

SAITO, F.; PEREIRA, A. C. C. **A elaboração de atividades com um antigo instrumento matemático na interface entre história e ensino**. São Paulo: Livraria da Física, 2019.

Submetido em 20 de fevereiro de 2024.

Aceito em 13 de abril de 2024.

Publicado em 18 de abril de 2024.