

Figuras Címáticas: análise da dimensão fractal utilizando o prato de chladni e a linguagem python

Cymatic Figures: fractal dimension analysis using the chladni plate and python language

Figuras Címáticas: análisis de la dimensión fractal utilizando la placa de Chladni y el lenguaje python

Marcos Paulo de Sousa Silva Alves ^{*}, Francisco Tawan Silva de Sousa ^{**}, Éric Carvalho Rocha ^{***}

Resumo

Este trabalho abordou o fenômeno da cimática através da construção de um Prato de Chladni em um experimento de baixo custo. Inspirado nos estudos de Ernest Chladni, buscou-se destacar como o estudo das ondas sonoras pode gerar padrões visíveis. Como principal objetivo, este trabalho buscou calcular a dimensão fractal das Figuras de Chladni formadas no dispositivo. Metodologicamente, esta pesquisa tem finalidade instrucional, de cunho experimental com levantamento bibliográfico. Para a geração dos padrões, utilizou-se matérias acessíveis como chapa de metal inoxidável, rádio antigo e um smartphone; com material para polvilhar a chapa metálica, foram testados vários produtos como sal, açúcar e pó de serragem, até chegar a farinha refinada; já para o tratamento e cálculo da dimensão fractal dos padrões gerados foi usado a linguagem de programação Python. Dividiu-se os resultados em duas partes: observações címáticas e análises da dimensão fractal das figuras obtidas. As formas observadas no experimento, presentes em diversos fenômenos naturais, revelam uma universalidade subjacente no universo, destacando a beleza da simetria na natureza. Tratando-se da construção e utilização do experimento, ele se mostrou um excelente material didático para a abordagem da ondulatória e da fractalidade em sala de aula, possibilitando assim, novos ganchos para posteriores pesquisas.

Palavras-chave: Cimática; Dimensão Fractal; Prato de Chladni; Figuras de Chladni.

Abstract

This work addressed the phenomenon of cymatics by constructing a Chladni plate in a low-cost experiment. Inspired by the studies of Ernest Chladni, he sought to highlight how the study of sound waves can generate visible patterns. As a main objective, the paper sought to calculate the fractal dimension of the Chladni Figures formed in the device. Methodologically, this research has a didactic purpose, of an experimental nature with a bibliographic survey. To

^{*} Pós-Graduado em Ciências da Natureza, suas Tecnologias e o Mundo do Trabalho pela Universidade Federal do Piauí (CEAD/UFPI). Graduado em Licenciatura em Física pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), Acaraú, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Santo Antônio, 480, Outra Banda, Acaraú, Ceará, Brasil, CEP: 62580-000. ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-0203-1470>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/9348006789519511>. E-mail: mp7387213@gmail.com.

^{**} Pós-Graduado em Ciências da Natureza, suas Tecnologias e o Mundo do Trabalho pela Universidade Federal do Piauí (CEAD/UFPI). Graduado em Licenciatura em Física pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), Acaraú, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Joaquim de Oliveira Magalhães, 68, Bailarina, Acaraú, Ceará, Brasil, CEP: 62580-000. ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-0121-7030>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5175705494339565>. E-mail: tawansilva300898@gmail.com.

^{***} Doutor em Física pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professor substituto na Universidade Estadual do Piauí (UESPI), Piriipiri, Piauí, Brasil. Endereço para correspondência: Rua B, casa 5, Reis Veloso, Parnaíba, Piauí, Brasil, CEP: 64204-015. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1463-8115>. Lattes: <https://lattes.cnpq.br/2026371098730257>. E-mail: ericrocha@prp.uespi.br.

generate the standards, accessible materials such as stainless steel sheet, old radio and a smartphone were used; With material to sprinkle the metal plate, various products such as salt, sugar and sawdust were tested, until refined flour was reached; for the treatment and calculation of the fractal dimension of the generated patterns, the Python programming language was used. The results were divided into two parts: cymatic observations and analysis of the fractal dimension of the figures obtained. The shapes observed in the experiment, present in various natural phenomena, reveal an underlying universality in the universe, highlighting the beauty of symmetry in nature. As for the construction and use of the experiment, it turned out to be an excellent didactic material for the approach to the wave and fractality in the classroom, thus allowing new hooks for future research.

Keywords: Cymatics; Fractal Dimension; Chladni's plate; Chladni figures.

Resumen

Este trabajo abordó el fenómeno de la cimática mediante la construcción de una placa de Chladni en un experimento de bajo costo. Inspirado en los estudios de Ernest Chladni, buscó resaltar cómo el estudio de las ondas sonoras puede generar patrones visibles. Como objetivo principal, este trabajo buscó calcular la dimensión fractal de las Figuras Chladni formadas en el dispositivo. Metodológicamente, esta investigación tiene una finalidad didáctica, de carácter experimental con un relevamiento bibliográfico. Para generar los estándares, se utilizaron materiales accesibles como lámina de acero inoxidable, radio vieja y un teléfono inteligente; Con material para espolvorear la placa metálica se probaron diversos productos como sal, azúcar y aserrín, hasta llegar a la harina refinada; para el tratamiento y cálculo de la dimensión fractal de los patrones generados, se utilizó el lenguaje de programación Python. Los resultados se dividieron en dos partes: observaciones cimáticas y análisis de la dimensión fractal de las figuras obtenidas. Las formas observadas en el experimento, presentes en varios fenómenos naturales, revelan una universalidad subyacente en el universo, destacando la belleza de la simetría en la naturaleza. En cuanto a la construcción y uso del experimento, resultó ser un excelente material didáctico para el abordaje de la onda y la fractalidad en el aula, permitiendo así nuevos ganchos para futuras investigaciones.

Palabras clave: Cimática; Dimensión Fractal; Plato de Chladni; Figuras de Chladni.

Introdução

O termo Cimática, cunhado pelo físico e médico suíço Hans Jenny (1904-1972), vem do grego “*kyma*”, onda, e “*ta kymatika*”, assuntos referentes a ondas. De modo geral, cimática é a área que estuda as causas e efeitos dos fenômenos vibratórios, melhor dizendo, é a impressão invisível dos modos de vibração, ou seja, o som visível (Jenny, 2001; Silva; Passos, 2016).

A história mostra que a cimática pode ser notada pelo menos uns 1000 anos atrás, onde tribos africanas usavam a pele esticada de tambores polvilhada com pequenos grãos para adivinhar eventos futuros. O tambor é um dos instrumentos musicais mais antigos registrados na história, e que os efeitos da areia em uma pele vibrante provavelmente são conhecidos há milhares de anos (Ki-Zerbo, 2010).

De maneira análoga, uma das principais, senão a principal, ferramenta utilizada atualmente para a visualização das ondas sonoras é o Prato de Chladni, também conhecido como Placa de Chladni. Neste dispositivo, são gerados pulsos mecânicos por uma fonte emissora, os quais, ao ressoarem com uma placa de metal polvilhada com certas partículas, provocam a vibração dessas partículas. Isso possibilita a visualização e identificação de padrões

geométricos conforme a frequência de vibração na placa (Almeida, 2017; Silva, 2017; Silva; Passos, 2016; Teixeira, 2020).

Nos tempos moderno e contemporâneo, Hans Jenny continua sendo referência no estudo de Cimática, sendo o principal pensador do fenômeno. Embora não tenha sido o primeiro a trabalhar com a Cimática, Jenny foi o que mais produziu pesquisas relacionadas a observação dos fenômenos visuais que ocorrem com partículas sujeitas a vibração (Braga; Lyrio, 2020, Heinrich et al., 2019).

Apesar de ser uma temática deveras antiga, a cimática é pouco divulgada no campo científico para demonstração de ondas sonoras, visto que, são mínimos o número de obras publicadas sobre o assunto, menos ainda em língua portuguesa. Diante da falta de estudos e pesquisas sobre o fenômeno cimática, o presente estudo será mais um propagador deste conhecimento pouco estudado e difundido no campo da física.

Destaca-se ainda que as principais referências sobre cimática estão publicadas em inglês, francês, alemão e muitos em espanhol. Assim, faz-se necessária uma maior propagação desse conhecimento em língua portuguesa e assim seja possível uma maior popularização do fenômeno e, de certa forma, promover ações de difusão internacional da língua portuguesa como abordam Carvalho e Schlatter (2011).

O filósofo francês Gaston Bachelard acredita que há uma inter-relação entre Ciência e Arte, além disso, o estudioso considera o pensamento criativo como sendo fundamental nos processos inovadores de ambas (Caruso, 2024). Argumento este, evidencia ainda mais a importância de se trabalhar o assunto da cimática, tendo em vista que seus potenciais ainda são pouco explorados para os tempos contemporâneos.

O principal objetivo desta arguição é encontrar a dimensão fractal de figuras cimáticas geradas por um Prato de Chladni de baixo-custo. De modo específico, realizar um estudo da cimática, com os objetivos de elaborar o Prato de Chladni para obtenção das figuras de Chladni e calcular as dimensões fractais das imagens/figuras geradas na Placa de Chladni através de um programa criado em linguagem Phyton.

Fundamentação Teórica: a Cimática das coisas

O som está presente em todo lugar, incluindo a câmara anecóica, o local mais silencioso já criado pelo homem, essa câmara anecóica tem a capacidade de isolar cerca de 99,9% de ruídos externos. Ao adentrar esta câmara, o indivíduo tem a possibilidade de experimentar o

silêncio quase absoluto, tendo em vista que dentro dela, ele consegue ouvir apenas seus batimentos cardíacos, o sangue correndo pelas veias e os pulmões em atividade respiratória (Heinrich *et al.*, 2019).

Segundo Jenny (2001), uma pessoa ao tentar observar os fenômenos das vibrações, sente - de forma abrupta e natural - um desejo de tornar tais processos visíveis a fim de fornecer evidências visuais de sua natureza. Isso pois, ainda nas palavras do autor, em virtude da supremacia perceptível do olho humano em relação a outros órgãos de sentido, o modo de observação visual prevalece. Por mais sensível que seja a orelha para emoções e mais ampla que seja a informação captada por ela, o sentido da audição tem a incapacidade de alcançar a clareza nativa da visão.

Os ouvidos humanos conseguem captar ondas mecânicas que se propagam por meio da vibração do ar e de corpos através dos quais ela esteja passando. No entanto, eles não conseguem detectar ondas sonoras com frequências abaixo de 20 Hz, ondas de baixa frequência chamadas de infrassom, não sendo sensíveis também a ondas sonoras com frequências superiores a 20.000 Hz, chamadas de ultrassom (Ferraro; Soares, 2004).

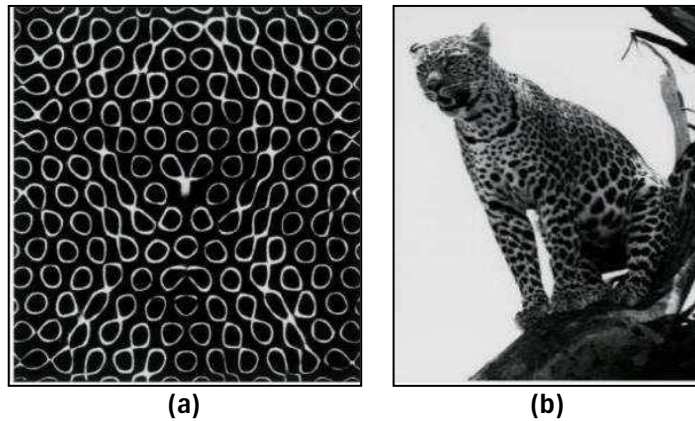
Devido à limitação da natureza humana, não é possível ver a olho nu esse movimento vibracional que ocorre em uma onda sonora. Com a necessidade de tornar o processo visual, porém, o fenômeno da cimática torna possível a visualização das ondas sonoras por meio das imagens que são proporcionadas pelas vibrações transferidas à pequenas partículas e/ou líquidos, orgânicos e inorgânicos (Braga; Lyrio, 2020; Heinrich *et al.*, 2019).

As pesquisas realizadas no campo da cimática se apresentam em diversas áreas e tendências de exploração de suas alternativas. São encontradas pesquisas direcionadas à matemática, à física, aos estudos e aplicações arquitetônicos, aos axiomas matemáticos, físicos ou mesmo acústicos das propriedades deste efeito visual/sonoro e aos aspectos puramente musicais (Almeida, 2017; Vivanco; Vivanco, 2023; Coria; Barraud; Merlo, 2021).

A partir da observação dos estímulos de vibração e de frequência será possível observar os estágios de transição na visualização do fenômeno cimático. Tem-se diversos exemplos de similaridades entre o padrão gerado por frequência específicas e características observadas na natureza. A exemplo disso, na Figura 1 a seguir tem-se a comparação de um arranjo de partículas, sob influência de uma certa frequência, e um similar encontrada na natureza. Onde

a Figura 1a apresenta um desenho formado pelo pó de lycopódio submetido a uma frequência de 10,101Hz, já a Figura 1b mostra as manchas na pelagem de um leopardo.

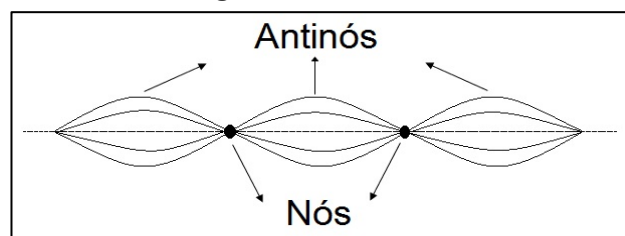
Figura 1: Comparação entre frequência de 10,101Hz e manchas em um leopardo.



Fonte: Almeida (2017, p. 61). (a) Pó de lycopódio vibrando sobre placa de aço a 10,101Hz. (b) Manchas na pelagem de um leopardo.

Para compreender as figuras que serão apresentadas, é fundamental ter entendimento claro das características de uma onda e de uma linha nodal. Uma onda pode ser definida como um pulso periódico que se propaga através de um meio, transportando energia sem transportar matéria. Já a linha nodal é uma característica observada em uma onda estacionária, que surge do fenômeno da reflexão de uma onda progressiva. Essa linha atravessa os pontos de máximo e mínimo da onda, permitindo a identificação dos nós e antinós formados. Os antinós representam os pontos onde a amplitude da onda é maior, enquanto os nós correspondem aos pontos onde a amplitude é mínima. Essa interação resulta em uma onda estacionária (Halliday; Resnick; Walker, 2016). A Figura 2 traz uma ilustração para um melhor entendimento.

Figura 2: Linha nodal



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Esses nós (ou pontos nodais), segundo Heinrich *et al.* (2019), “[...] é onde a onda não entra em contato com a chapa de metal, possibilitando assim a formação de desenhos.”

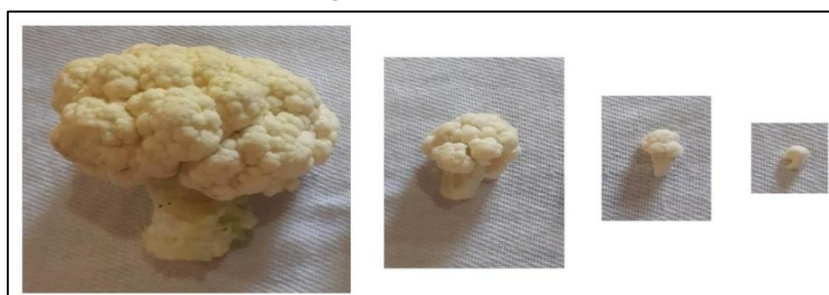
(Heinrich et al., 2019, p. 74). Assim sendo, é exatamente nesses pontos nodais que o pó de determinada partícula, líquido ou pasta, fica estacionado durante a vibração, com tendência de permanecer após o término, possibilitando assim a formação das figuras observadas.

Fractal

Termo derivado do latim “*fractu*”, que quer dizer quebrado ou fração de algo, fractal está associado ao fato de um objeto manter suas características do macro no micro ao ser dividida em pequenos pedaços, ou seja, há similaridades do objeto no todo em seus fragmentos. Este termo fractal foi criado por Benoit Mandelbrot, um matemático polonês que buscava medir o tamanho de objetos nos quais, a tradicional geometria euclidiana, não tinha resposta para as suas formações. Ao estudar fractais, pode-se dizer que está sendo estudado a geometria fractal, onde essas formas geométricas possuem autossimilaridade ou autossemelhança (Silva, 2015).

Ao analisar a Figura 3, é possível notar que características iniciais de um objeto tendem a se manter em seus fragmentos. Neste caso, ao retirar um pedaço da couve-flor, é possível enxergar característica presente na verdura inteira nesta porção retirada, e ao se tirar um pedaço dessa porção, vemos novamente o todo nele, e assim sucessivamente.

Figura 3: Couve-flor



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Na natureza há vários padrões que se assemelham aos fractais, tais como: a formação litorânea de uma praia, as nuvens, os relâmpagos no céu, raízes e galhos de árvores, e um dos fractais mais completo, a espiral, que está presente em muitas das plantas, frutos e flores.

Outro ponto a se destacar quando se fala de fractais é a dimensão fractal, que matematicamente mostra a irregularidade do objeto estudado, em outras palavras, seria o cálculo que mostra o quanto do espaço foi ocupado pelo objeto (Universidade Federal de Juiz de Fora, 2021).

Neste estudo será mostrado algumas figuras obtidas através do experimento do Prato de Chladni, a sua utilização trouxe vários padrões cimáticos, mostrando-se assim de grande relevância para o estudo da cimática e para análise dos fractais. Nestas figuras foram aplicadas cálculo numérico para se descobrir a dimensão fractal, e através dos resultados foi possível traçar alguns gráficos para entender o comportamento desses padrões, conforme será mostrado mais à frente.

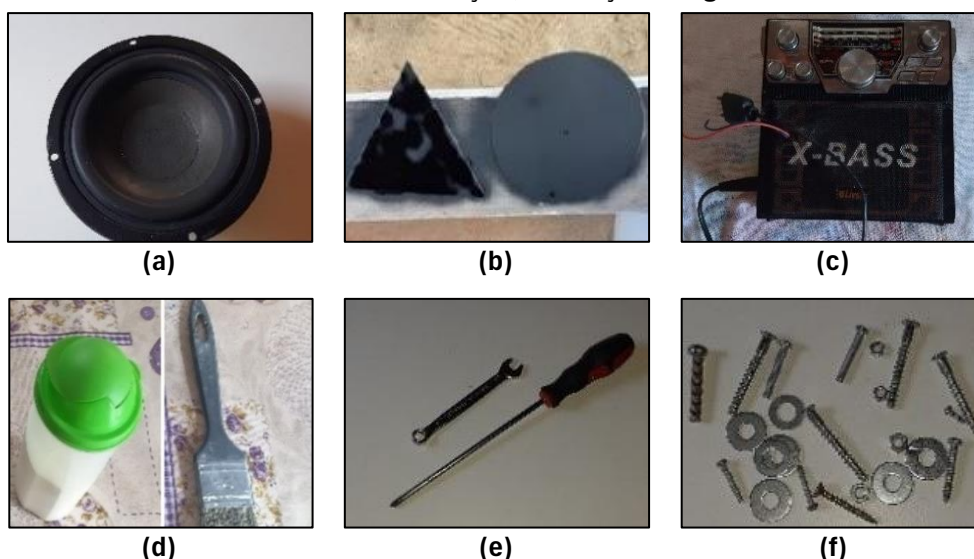
Materiais e Métodos

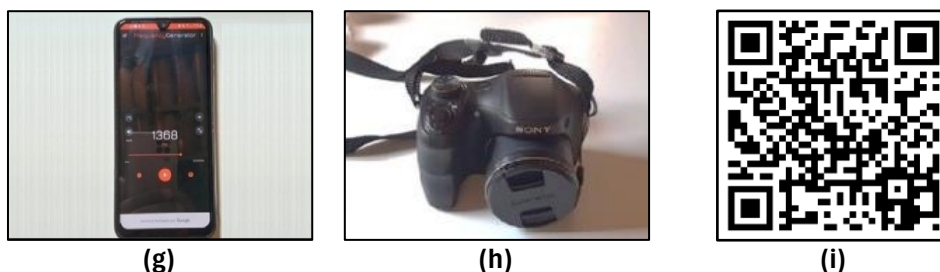
Para a produção dos padrões, foi construído uma versão de baixo custo de um dispositivo de análise de padrões sonoros chamada ‘Prato de Chladni’ ou ‘Placas de Chladni’. Para a construção foi preciso alguns objetos específicos, tais como: 01 alto-falante, 01 rádio antigo, 01 chave combinada, 01 chave phillips, além de vários parafusos, porcas e arruelas. Para acomodar o alto-falante e o rádio, foram construídas duas caixas de madeira.

Com relação ao funcionamento e registros foram necessários: 01 câmera fotográfica, 01 celular com aplicativo Frequency Generator (disponível gratuitamente na Playstore) para geração das frequências sonoras, 02 placas de aço inox, uma no formato circular (12 cm de raio), e outra no formato de um triângulo equilátero (24 cm de lado), 01 pincel para limpeza da placa, quando necessário, e uma certa quantidade de farinha refinada.

A Figura 4 a seguir mostra todos os principais objetos utilizados e listados acima.

Figura 4: Materiais utilizados na construção, execução e registro do Prato de Chladni





Fonte: Elaborado pelos autores (2023). (a) Alto-falante. (b) Placas Triangular e Circular. (c) Radio com a função Bluetooth ativa. (d) Recipiente com farinha e Pincel. (e) Chaves Phillips e Combinada. (f) Conjunto de porcas, arruelas e parafusos. (g) Celular com aplicativo Frequency Generator. (h) Câmera Sony. (i) QR Code para acessar vídeo no YouTube que mostra a sequência de montagem do Prato de Chladni de baixo-custo.

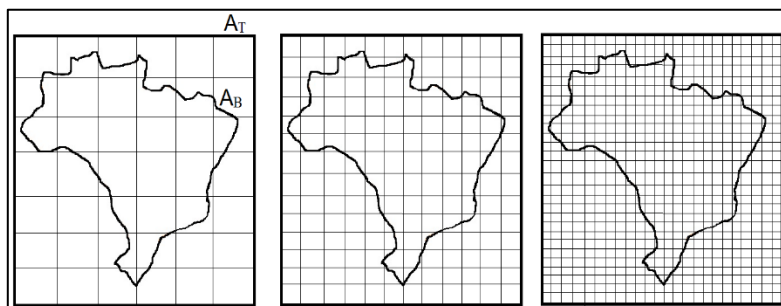
Ainda na figura acima, é possível observar a presença de um QR Code, que, de forma a tornar o processo de construção e montagem menos abstrato, levará o leitor a um vídeo no *Youtube* com fotos dos materiais, bem como uma narração do que foi realizado para tal montagem.

Tratamento das imagens

O programa criado para tratamento das imagens se deu usando a linguagem *Python*, utilizando *Google Colab* para compilá-lo (disponível no Apêndice 1). A dimensão fractal foi calculada numericamente usando o método *box-counting*, esse método de forma geral é a divisão de uma imagem em quadrados, que após essa divisão, são contados os quadrados que contêm partes da imagem a serem analisadas, quadrados esses que podem se diminuir ou aumentar, e novamente contados.

A Figura 5 a seguir apresenta de maneira prática essas possíveis divisões empregadas no método *box-counting*. A figura apresenta um mapa do Brasil como elemento central, facilitando a compreensão do método de contagem de caixas.

Figura 5: Método Box-counting na análise do mapa do Brasil



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Para se obter a área compreendida apenas pelo mapa exposto acima, é necessário contar as caixas que estão sobre ele, valendo destacar que, à medida que o número de caixas cresce, a precisão da área também aumenta. De maneira sintetizada, a Equação 1 a seguir apresenta uma fórmula que facilita esse processo.

$$\frac{A_B}{A_T} = \frac{N_B}{N_T} \quad (01)$$

Onde,

A_B : área do Brasil;

A_T : área total do quadrado em que está inserido o mapa do Brasil;

N_B : número (quantidade) de quadrados que estão contido o mapa do Brasil;

N_T : número (quantidade) total de todos os quadrados.

Manipulando-se de forma simples a fórmula descrita na Eq. 1, acha-se a Eq. 2, que possibilita encontrar o valor da área do Brasil.

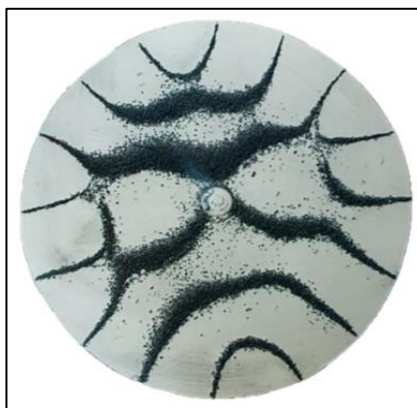
$$A_B = A_T \cdot \frac{N_B}{N_T} \quad (02)$$

Valendo destacar que, quanto maior for a subdivisão da malha quadricular, maior será a precisão no cálculo da variável de interesse.

Com relação ao registro e manipulação das imagens, todas as fotografias foram tiradas de uma mesma distância, convertidas em negativo, removido todo o plano de fundo que não seria necessário para o estudo, deixando-se apenas a placa (circular e triangular) com as figuras geradas, e, por fim, salvando-as em png com o intuito de manter ao máximo a qualidade.

Logo após todas as figuras serem salvas, elas foram chamadas uma a uma no programa para aplicação de um fundo branco, conforme o exemplo da Figura 6 a seguir.

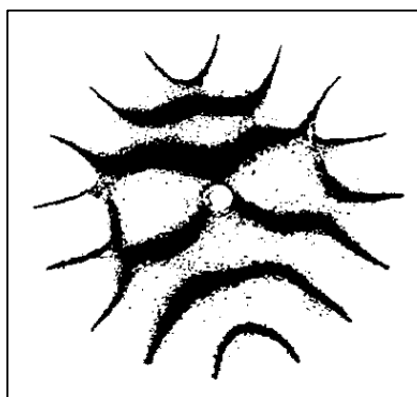
Figura 6: Imagem negativa com plano de fundo removido



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

A imagem exposta na Figura 6 acima não está binarizada, então ela foi chamada mais uma vez em uma nova fase do programa para ser convertida para a escala cinza, e removido os tons de cinza com a finalidade de binarizar a imagem, ou seja, para que a imagem passe a ter apenas duas cores, o preto e o branco, conforme pode ser visto na Figura 7 a seguir, que já se encontra binarizada.

Figura 7: Imagem binarizada



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Escolheu depois a quantidade de box-sizes (tamanho das caixas): 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 e 512 para serem aplicadas a imagem. Finalmente foi chamada a sub-rotina (comandos anteriormente programados) para a imagem binarizada, e assim foi possível obter o valor numérico para a dimensão fractal.

Severino (2014) afirma que a ciência é formada por aplicações de técnicas bem estrutura, passível de ser replicada e melhorada, sempre seguindo um método e baseados em

fundamentos epistemológicos. Assim tem-se elementos gerais que são comuns a todos os processos de conhecimento que se pretenda realizar, marcando toda a atividade de pesquisa.

Visto isso, todos os passos/métodos para o tratamento das imagens citados anteriormente estão descritos no Apêndice 1 deste trabalho, fixando que a metodologia sempre é de grande importância para uma excelente pesquisa científica, pois ela passará por dados obtidos nos experimentos, comparações, obtenção das dimensões fractais e análise dos dados de forma gráfica.

Resultados e Discussões

Os Padrões Císmica

No caso da reprodução de tal experimento, de antemão, aconselha-se que seja realizado em um ambiente reservado, com protetores auriculares, e, se possível, em um local com isolamento acústico, pois, mesmo utilizando um rádio antigo como amplificador, foi possível sentir desconforto em certos momentos do experimento. Com um equipamento mais potente ficaria ensurdecido, todavia, seriam produzidos mais padrões, uma vez que quanto mais as frequências acessíveis aumentariam.

Durante o processo experimental, foram avaliados diversos materiais, incluindo plástico, acrílico, chapa de ferro e placa de zinco. Após uma série de testes, a placa de aço inoxidável foi selecionada devido ao seu desempenho superior e à sua adequação às necessidades do experimento. Da mesma forma, foram avaliados tipos de pós e grãos como areia, sal, açúcar, aveia em pó e serragem. Concluímos que os padrões formados são independentes do material, desde que, sejam suficientemente leves. E optamos por usar a farinha refinada para dar maior contraste com a cor da placa de inox.

Inicialmente foram sendo mapeadas e anotadas as frequências que produziam figuras, bem como fotografadas correspondentes. Foi possível observar que na placa circular as frequências abaixo de 332 Hz e acima de 3210 Hz não produziam nenhuma alteração visível na placa. Já na placa triangular, foram as frequências abaixo de 132 Hz e acima de 3060 Hz. Acredita-se que isso foi devido aos limites do conjunto rádio/alto-falante/chapa utilizado.

Em síntese, a formação da figura está diretamente relacionada a frequência com a qual a placa vibra, ou até mesmo com a espessura da chapa metálica. Isso pois, quanto mais aguda é a frequência, mais detalhes terá o desenho. Por outro lado, as chapas finas têm uma melhor

afinidade com as frequências agudas, já as chapas mais espessas, com as frequências mais graves (Heinrich et al., 2019).

No Apêndice 2 deste artigo se encontram as Figura 8 e 9, que mostrarão os padrões obtidas nas placas circular e triangular, destacando suas respectivas frequências de vibração em cada padrão. Concluimos que o formato das bordas é fundamental para a geometria dos padrões formados. Junto a esses padrões, em ambas as figuras haverá dois QR Codes que direcionarão o leitor a vídeos no YouTube que mostram tanto a realização do experimento, quanto a compilação dos registros dos padrões em ambas as placas.

A Dimensão Fractal dos Padrões Címáticos

Nesta etapa trabalhou-se apenas a busca da dimensão fractal das figuras de Chladni que foram geradas com o experimento. Assim tem-se a seguir o Quadro 1, nele podem ser vistos a relação entre a frequência e sua correspondente dimensão fractal encontrada em cada uma das placas. Valendo salientar que todo o processo de cálculo da dimensão fractal, de cada uma das figuras obtidas, em ambas as placas, seguiram os mesmos passos descritos no Apêndice 1.

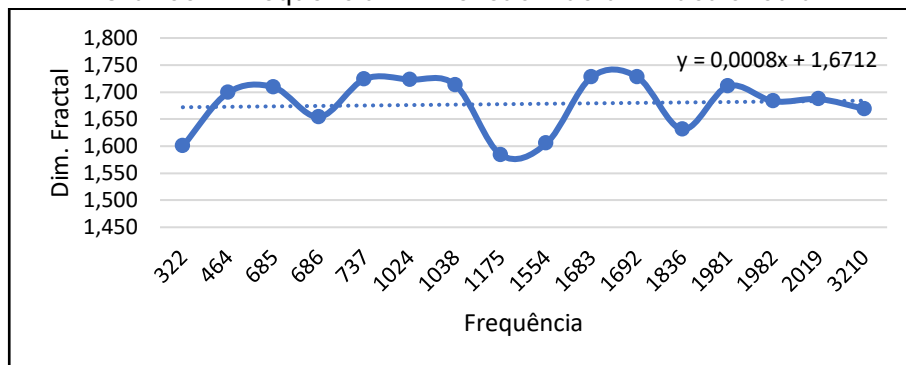
Quadro 1: Dados das placas circular e triangular

Placa Circular		Placa Triangular	
Frequência (Hz)	Dim. Fractal	Frequência (Hz)	Dim. Fractal
322	1,600	132	1,453
464	1,699	309	1,548
685	1,709	373	1,600
686	1,654	426	1,565
737	1,724	572	1,575
1024	1,723	1207	1,608
1038	1,713	1405	1,405
1175	1,584	1438	1,444
1554	1,605	1661	1,599
1683	1,728	1736	1,539
1692	1,728	1920	1,572
1836	1,631	1977	1,520
1981	1,711	2284	1,603
1982	1,683	2437	1,639
2019	1,687	2731	1,616
3210	1,669	3060	1,640

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

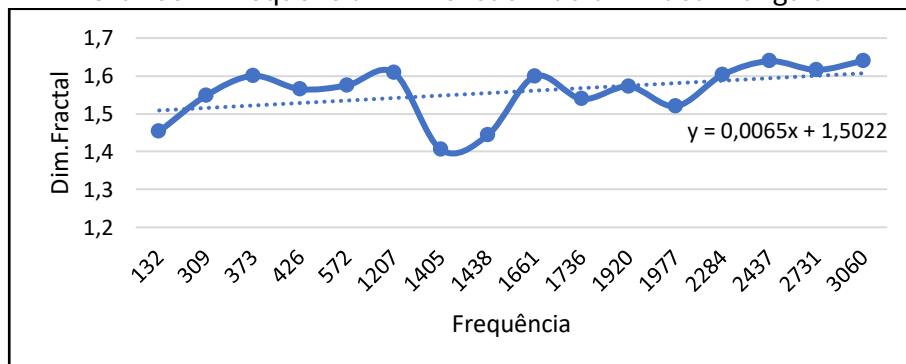
Após a coleta desses dados, foram elaborados os Gráficos 1 e 2, possibilitando assim uma melhor análise das informações, conforme pode ser visto a seguir. Sobre ambos os gráficos foi feito um ajuste linear exibido na forma de uma linha pontilhada.

Gráfico 1: Frequência x Dimensão Fractal - Placa circular



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Gráfico 2: Frequência x Dimensão Fractal - Placa triangular



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Ao observar o Gráfico 1, pode ser visto que a linha de tendência mostra algumas flutuações dos dados, onde em alguns momentos a frequência aumenta, porém, a dimensão fractal diminui. Além disso, é possível perceber que, por aproximação, conforme a frequência vai aumentando, a dimensão fractal sofre um leve aumento, ou seja, quanto mais a frequência se eleva, mais detalhes a figura terá (ou seja, maior o número de nós), e conseqüentemente a sua dimensão fractal também aumentará. O mesmo se repete no Gráfico 2.

De modo geral, a placa circular obteve, entre as frequências de 1683 e 1692 Hz, a dimensão fractal de 1,728, seu maior valor; e em 1175 Hz obteve seu menor valor, que foi de 1,584. Já a placa triangular, teve seus valores máximo e mínimo nas frequências de 3060 e 1405 Hz, de, respectivamente, 1,640 e 1,405.

Considerações Finais

O estudo da cimática, através do prato de Chladni, teve como objetivo observar padrões, mediante a análise da dimensão fractal. Tal esforço visou contribuir para o avanço do conhecimento cimático, incorporando a dimensão fractal à análise do comportamento das figuras resultantes das investigações e estudos realizados. Além disso, por meio do uso de materiais de baixo custo, apresentamos uma forma de tornar esse experimento mais acessível.

Peremptoriamente, os resultados demonstram como o trabalho alcançou os objetivos, desde a construção do experimento até a análise dos dados das dimensões fractais. Foram obtidas várias imagens, com padrões bem definidos, que após todos serem colocados no programa veio a resultar em dados úteis, que tabulados e expressos os seus gráficos pôde-se concluir em linhas gerais que conforme a frequência aumentava, a sua dimensão fractal também aumentava, trazendo consigo ainda padrões cada vez mais detalhados e complexos. Salienta-se também, que foi aplicado tal dispositivo em sala de aula e os alunos demonstraram grande fascínio pelos padrões formados.

Conclui-se que a implementação da cimática nas escolas apresenta um potencial significativo para o estudo das ondas, um tópico raramente abordado em aulas práticas. A utilização da cimática pode proporcionar uma compreensão mais aprofundada do assunto. Nesse sentido, o artigo contribui na integração entre arte e ciência. Além disso, tanto a cimática quanto os fractais são áreas de estudo e pesquisa com tendência de crescimento no campo acadêmico. Portanto, este trabalho representa uma contribuição relevante para esses temas.

Agradecimentos

Agradecemos a Deus por sua infinita bondade e misericórdia, e as nossas famílias pelo apoio e confiança durante toda a nossa caminhada acadêmica. Agradecemos ao IFCE – *Campus Acaraú* por sediar este trabalho, que é o resultado de um Trabalho de Conclusão de Curso, por meio de muita pesquisa, esforço e uma série de decisões, que, ao fim, trouxeram a sensação de que o caminho foi trilhado e percorrido de maneira lógica e com muita fé em Deus. Expressamos nossa gratidão aos colegas que contribuíram para a realização desta obra, bem como aos professores que ofereceram apoio e orientação ao longo do processo. Agradecemos a todos.

Referências

ALMEIDA, R. N. de. **O uso do tonoscópio como estímulo sinestésico audiovisual na estratégia de desenvolvimento da percepção musical**: fundamentação teórica para sua implementação. 2017. 269 f. Tese (Doutorado em Música) – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: <<http://www.repositorio-bc.unirio.br:8080/xmlui/handle/unirio/10880>>. Acesso em: 03 de jun. de 2023.

BRAGA, Tiago; LYRIO, Gabriel. A Lei da Vibração e a Ciência do Som Visível (Cimática). **Fractal Science**, 2020. Disponível em: <<https://fractalscience.org/a-lei-da-vibracao-e-a-ciencia-do-som-visivel-cimatica/>>. Acesso em: 20 de abr. de 2023.

CARUSO, F. Arte e Ciência: Convergências Renascentistas a partir de Giotto. **Revista Ensino em Debate**, Fortaleza, v. 3, p. e2024018, 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.21439/2965-6753.v3.e2024018>>. Acesso em: 22 ago. 2024.

CARVALHO, S. C.; SCHLATTER, M. Ações de difusão internacional da língua portuguesa. **Cadernos do IL**, Porto Alegre, RS, N. 42 (jun. 2011), p. 260-284, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.22456/2236-6385.26027>>. Acesso em: 02 de jun. de 2023.

CORIA, Á.; BARRAUD, S.; MERLO, C. Cinemática y cimática en la generación de la forma arquitectónica. **PENSUM**, v. 7, n. 7, p. 118-131, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.59047/2469.0724.v7.n7.32587>>. Acesso em: 22 de ago. de 2024.

FERRARO, N. G.; SOARES, P. A. T. **Física**: básica. Volume único, 2. ed. São Paulo: Ed Atual, 2004.

JENNY, H. **Cymatics**: A Study of Wave Phenomena and Vibration. New Hampshire, USA: MACRO media Publishing. Revised Edition, 2001, 126 p. Disponível em: <<https://archive.org/details/hans-jenny-cymatics/page/107/mode/2up>>. Acesso em: 10 de jun. de 2023.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física**: gravitação, ondas e termodinâmica. V. 2, 10. ed., Rio de Janeiro: LTC, 2016. Tradução: Ronaldo Sérgio de Biasi.

HEINRICHS, F. M. et al. Experimentações práticas para o design de superfície: cimática como técnica criativa. **Design e Tecnologia**, v. 9, n. 17, p. 72-79, 2019. Disponível em <<https://doi.org/10.23972/det2019iss17pp72-79>>. Acesso em 20 de ago. de 2024.

KI-ZERBO, J. et al. **História Geral da África-Vol. I**: Metodologia e pré-história da África. UNESCO, 2010. Disponível em <<books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=YLXxED-5ZeUC&oi=fnd&pg=PR5&dq=Hist%C3%B3ria+geral+da+africa+vol+1>>. Acesso em: 01 de jun. de 2023.

PETRAGLIA, M. S. **Figuras Sonoras de Chladni**, Botucatu, 2004. Disponível em: <www.ouvirativo.com.br>. Acesso em: 5 de mai. de 2023.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 1. ed. São Paulo: Cortez Editora, 2014. 102 p.

SILVA, H. C. da; PASSOS, L. O. T. Música Cimática: aplicação e desenvolvimento de materiais na composição da Sinfonia Cimática. In: XXVI Congresso da Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Música, 2016, Belo Horizonte. **Anais ...** Belo Horizonte: [s.n.], 2016, 8 p. Disponível em: <https://anppom.org.br/anais/anaiscongresso_anppom_2016/4297/public/4297-14151-1-PB.pdf>. Acesso em: 23 de maio de 2023.

SILVA, H. C. da. **Música Cimática**: processos composicionais provenientes de experiências físicas para geração de materiais sonoros. 2017. 120 f. Dissertação (Mestrado em Música) – Escola de Música e Artes Cênicas, Universidade Federal de Goiânia, GO, 2017. Disponível em: <<https://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/8413>>. Acesso em: 14 de mar. de 2023.

SILVA, K. M. **Fractais e algumas aplicações ao ensino**. 2016. 81 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de São Paulo - IFSP, São Paulo, 2015. Disponível em: <https://eadcampus.spo.ifsp.edu.br/pluginfile.php/86509/mod_resource/content/1/TCC%20Kau%C3%AA.pdf>. Acesso em: 23 de jun. de 2023.

TEIXEIRA, L. R. M. **Super fluxo**: som/espaço/expansão/captura. 2020. 81 f. Monografia (Trabalho Final de Graduação em Artes Visuais) – Instituto de Artes, Universidade de Brasília, Brasília, 2020. Disponível em: <<https://bdm.unb.br/handle/10483/32164>>. Acesso em: 02 de jun. de 2023.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA. **Fractalize**: Modelagem Fractal nas Ciências e Engenharias. UFJF, Minas Gerais, 2021. Disponível em: <<https://www2.ufjf.br/fractalize/2021/05/07/dimensao-fractal/>>. Acesso em: 12 jul. 2023.

VIVANCO, C. D.; VIVANCO, E. D. Artefactos cerámicos cimáticos; captura, transformación y aplicación de registros sonoros georeferenciados en el Diseño de objetos biofílicos. **Cuadernos del Centro de Estudios en Diseño y Comunicación**. Ensayos, n. 203, p. 113-120, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.18682/cdc.vi203.9758>>. Acesso em: 22 ago. 2024.

Submetido em 19 de junho de 2024.

Aceito em 16 de agosto de 2024.

Publicado em 27 de agosto de 2024.

Apêndice

Apêndice 1 – Código Python elaborado no Google Colab para tratamento das imagens e cálculo da dimensão fractal.

Passo 1: Importando bibliotecas.

```
[ ] # Figúras Cimática
    ## Dimensão ~?
    ### Valor encontrado ~

[ ] from PIL import Image
    from google.colab import files
    import matplotlib.pyplot as plt
    import numpy as np
    import pylab as pl
    import cv2
```

Passo 2: Criando funções para realizar a contagem de caixas por meio do método *box-counting*, para o cálculo da dimensão fractal e para o tratamento das figuras.

```
[ ] def box_count(image, box_size):
    width, height = image.size
    count = 0

    for i in range(0, width, box_size):
        for j in range(0, height, box_size):
            box = image.crop((i, j, i + box_size, j + box_size))
            if np.any(np.array(box) != 255):
                count += 1

    return count

def fractal_dimension(image_path, box_sizes):
    image = Image.open(image_path).convert('L')
    dimensions = []

    for box_size in box_sizes:
        count = box_count(image, box_size)
        dimensions.append((box_size, count))

    # Calculate the fractal dimension using linear regression
    x = np.log([1.0 / box[0] for box in dimensions])
    y = np.log([box[1] for box in dimensions])
    coefficients = np.polyfit(x, y, 1)
    dimension = -coefficients[0]

    return dimension

[4] def rgb2gray(rgb):
    r, g, b = rgb[:, :, 0], rgb[:, :, 1], rgb[:, :, 2]
    gray = 0.2989 * r + 0.5870 * g + 0.1140 * b
    return gray

[5] # Fazer upload do arquivo de imagem
    uploaded = files.upload()
```

Passo 3: Carregando imagens para o tratamento das figuras (Escala Cinza) e binarização (Preto e Branco).

```
[5] Escolher arquivos lal.png
• lal.png(image/png) - 273967 bytes, last modified: 29/06/2023 - 100% done
Saving lal.png to lal.png
```

Vamos precisar colocar um plano de fundo branco nas imagens. Para isso, carregue a imagem pelo comando acima e, em seguida, execute o comando abaixo. Não se esqueça de alterar o nome da imagem toda vez que carregar uma figura diferente.

```
[6] imagem = pl.imread("lal.png")
pl.imshow(imagem)
pl.axis('off')
pl.show()
```



Após carregada a imagem, clique com o botão direito sobre ela e salve com um novo nome. No comando abaixo você vai carregar a imagem que acabou de criar.

```
[7] # Fazer upload do arquivo de imagem
uploaded = files.upload()
```

```
Escolher arquivos lal1.png
• lal1.png(image/png) - 179760 bytes, last modified: 13/07/2023 - 100% done
Saving lal1.png to lal1.png
```

abaixo atualize o nome da imagem para atual

```
[8] # Carrega a imagem em escala de cinza
image_gray = cv2.imread("lal1.png", cv2.IMREAD_GRAYSCALE)

# Define um valor de limiar
valor_limiar = 127
```

```
[9] # Aplica a binarização
_, imagem = cv2.threshold(image_gray, valor_limiar, 255, cv2.THRESH_BINARY)
```

```
[10] pl.imshow(imagem, cmap = "gray")
pl.axis('off')
pl.show()
```

[10]



Salve a imagem acima e carregue ela novamente.

```
[11] # Fazer upload do arquivo de imagem
      uploaded = files.upload()
```

Escolher arquivos lal2.png

- lal2.png(image/png) - 39270 bytes, last modified: 13/07/2023 - 100% done

Saving lal2.png to lal2.png

```
[11] # Fazer upload do arquivo de imagem
      uploaded = files.upload()
```

Escolher arquivos lal2.png

- lal2.png(image/png) - 39270 bytes, last modified: 13/07/2023 - 100% done

Saving lal2.png to lal2.png

```
[12] # Obter o nome do arquivo carregado
      image_path = next(iter(uploaded))
```

```
      box_sizes = [2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512] # Tamanhos das caixas a serem testados
```

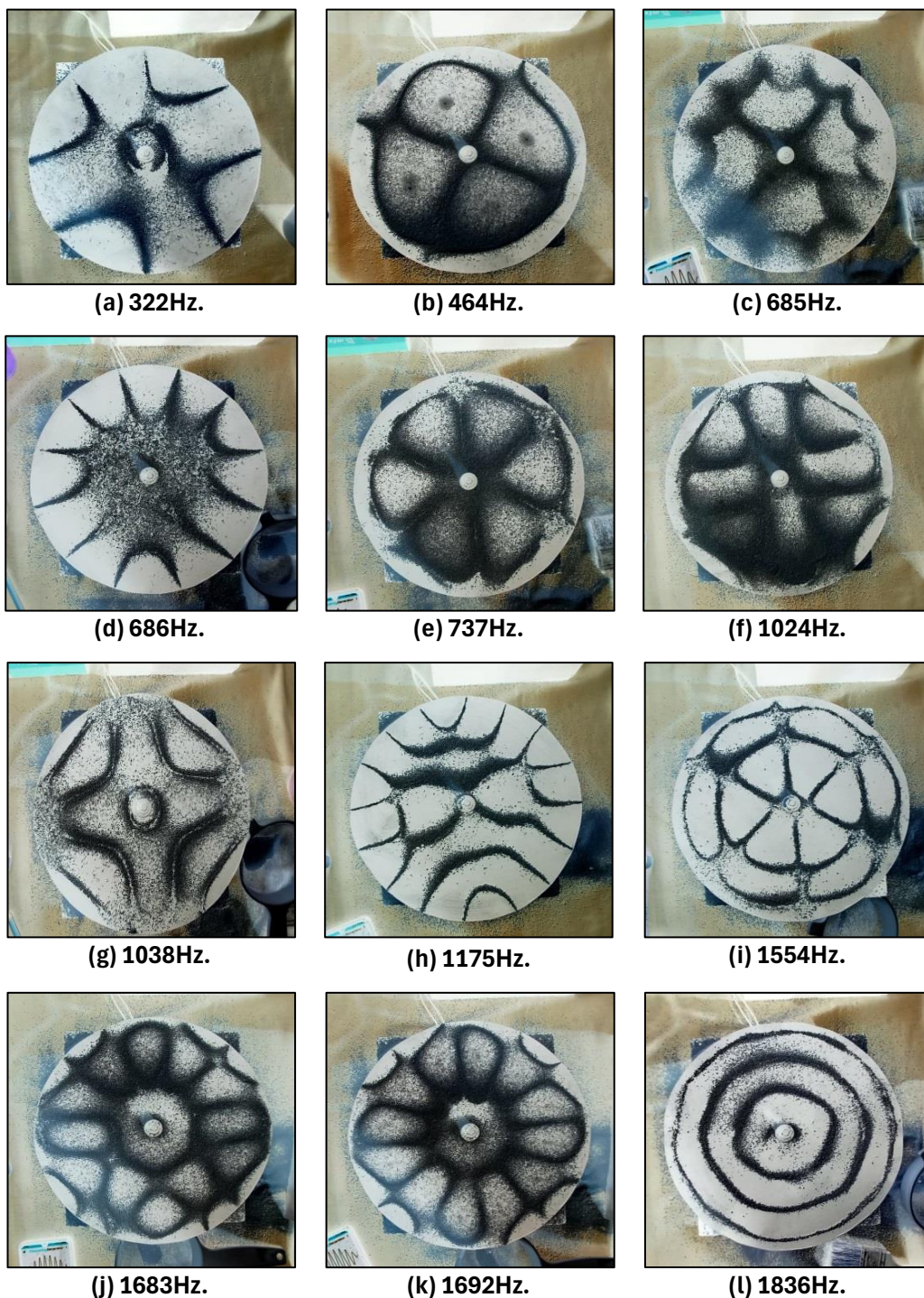
```
[14] fractal_dim = fractal_dimension(image_path, box_sizes)
      print("Dimensão Fractal da Imagem:", -fractal_dim)
```

Dimensão Fractal da Imagem: 1.5847061797444597

```
[ ]
```

APÊNDICE 2 – Placas de Chladni Circular e Triangular: Padrões e frequências

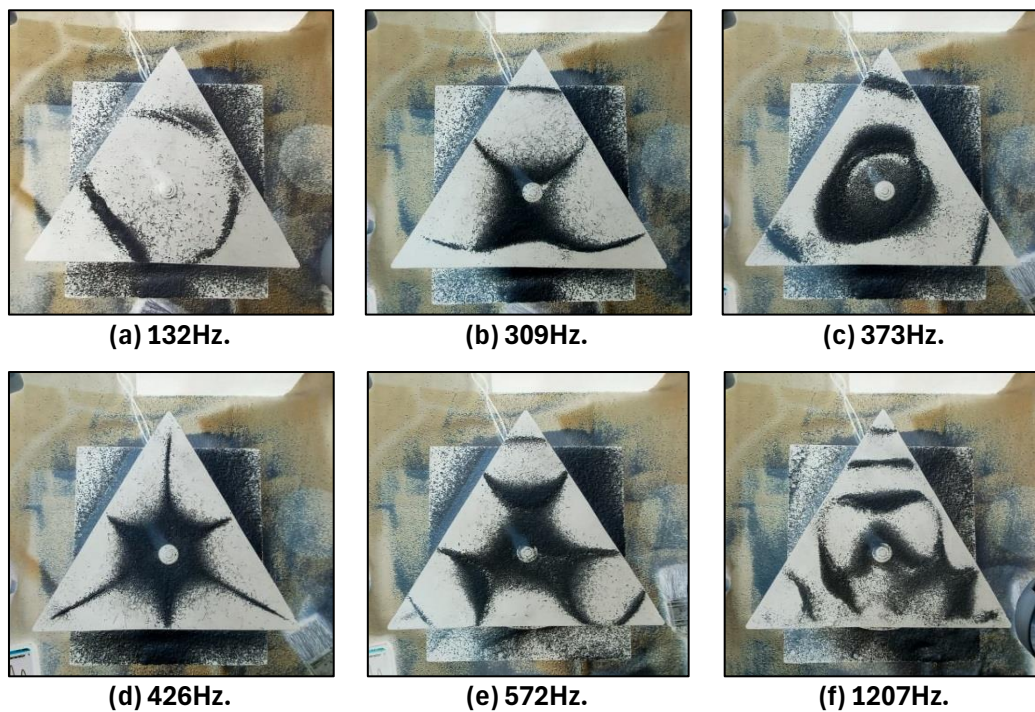
Figura 8: Placa circular: figuras de Chladni e suas respectivas frequências.





Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Figura 9: Placa triangular: figuras de Chladni e suas respectivas frequências.





(g) 1405Hz.



(h) 1438Hz.



(i) 1661Hz.



(j) 1736Hz.



(k) 1920Hz.



(l) 1977Hz.



(m) 2284Hz.



(n) 2437Hz.



(o) 2731Hz.



(p) 3060Hz.



(q) Vídeo 3 - execução.



(r) Vídeo 4 - padrões.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).