

Tarefas Matemáticas e a formação para a docência em Matemática no Ensino Médio

Mathematical Tasks and training for teaching Mathematics in High School

Tareas Matemáticas y formación para la enseñanza de Matemáticas en la enseñanza media

Eduarda do Carmo Milhomen ^{*1}, Daniela Maria de Andrade ^{**2}, Maria Eduarda Domience Bomfim ^{***3}, Regina da Silva Pina Neves ^{****4}

Resumo

No segundo semestre de 2022, na disciplina de Geometria para o Ensino II, no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de Brasília, cinco licenciandos colaboraram com o objetivo de desenvolver uma Tarefa Matemática (TM) relacionada à deformação de ângulos e áreas em projeções cartográficas. Após o estudo teórico sobre Tarefas Matemáticas, o grupo aprimorou a TM por meio de apresentações e debates coletivos na disciplina. Esse processo também envolveu análise conceitual, simulação do desenvolvimento da TM em sala de aula e planejamento para antecipar os possíveis desafios dos alunos. A TM foi desenvolvida em uma turma de 3º ano do Ensino Médio Técnico Integrado ao Meio Ambiente no Instituto Federal de Brasília, *Campus* Estrutural. Os resultados revelaram que os alunos do ensino médio enfrentaram dificuldades em associar as observações do experimento aos conceitos de distorção, tangência e projeção. Ao longo do processo de construção, validação, desenvolvimento e avaliação da TM, os licenciandos reconheceram a importância do cuidado no planejamento e preparação de ações de ensino de matemática, especialmente quando se busca uma maior interação dos alunos com os conceitos e sua aplicação na realidade.

^{1*} Pós-graduanda em Metodologias de Ensino em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB) e Graduada em Licenciatura em Matemática Universidade de Brasília. Endereço para correspondência: QNJ 20, nº 28, Taguatinga, Distrito Federal, Brasil. CEP: 72140-200. ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-9435-8924> . Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0513337911898679> . E-mail: dudamilhomen@hotmail.com

^{2**} Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB). Endereço para correspondência: Qnd 38, casa 16, Taguatinga Norte, Distrito Federal, Brasil, CEP: 72120380. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8563-4384> . Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6061362670263530> . E-mail: danielamaria040983@gmail.com

^{3***} Pós-graduanda em Metodologias de Ensino em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB) e Graduada em Licenciatura em Matemática Universidade de Brasília. Endereço para correspondência: C 7 LOTE 7/15 Apartamento 605, Ed. Via del Plaza, Taguatinga Centro, Distrito Federal, Brasil, CEP: 72010-916. ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-9436-347X>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0846924198821725> . E-mail: dudadomience2001@gmail.com

^{4****} Licenciada e especialista em Matemática pela Universidade Federal de Goiás (UFG). Mestre em Educação e Doutora em Psicologia pela Universidade de Brasília (UnB). Professora adjunta da Universidade de Brasília (UnB), Brasília, Distrito Federal, Brasil. Endereço para correspondência: Universidade de Brasília, Departamento de Matemática, Campus Universitário Darcy Ribeiro, ICC Centro Bloco A, Asa Norte, Brasília, Distrito Federal, Brasil. CEP: 70910900. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7952-9665>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5874654544324539> .E-mail: reginapina@mat.unb.br

Palavras-chave: Tarefa Matemática; Projeções cartográficas; Distorções; Investigação; Geometria.

Abstract

In the second semester of 2022, in the discipline of Geometry for Teaching II, in the Mathematics Degree Course at the Universidade de Brasília, five undergraduate students collaborated with the objective of developing a Mathematical Task (MT) related to the deformation of angles and areas in cartographic projections. After the theoretical study on Mathematical Tasks, the group improved MT through presentations and collective debates in the course. This process also involved conceptual analysis, simulation of MT development in the classroom, and planning to anticipate possible student challenges. The MT was developed in a 3rd year class of Technical High School Integrated to the Environment at the Instituto Federal de Brasília, Campus Estrutural. The results revealed that high school students faced difficulties in associating the observations of the experiment with the concepts of distortion, tangency and projection. Throughout the process of construction, validation, development and evaluation of the MT, the undergraduate students recognized the importance of care in planning and preparing mathematics teaching actions, especially when seeking greater student interaction with the concepts and their application in reality.

Keywords: Mathematical Task. Cartographic Projections. Distortions. Investigation. Geometry.

Resumen

En el segundo semestre de 2022, en la disciplina Geometría para la Enseñanza II, en la Licenciatura en Matemáticas de la Universidade de Brasília, cinco estudiantes de pregrado colaboraron con el objetivo de desarrollar una Tarea Matemática (TM) relacionada con la deformación de ángulos y áreas en proyecciones cartográficas. Luego del estudio teórico sobre Tareas Matemáticas, el grupo mejoró la TM a través de presentaciones y debates colectivos en la disciplina. Este proceso también implicó análisis conceptual, simulación del desarrollo de la TM en el aula y planificación para anticipar posibles desafíos de los estudiantes. La TM fue desarrollada en una promoción de 3er año de la Escuela Técnica Superior Integrada al Medio Ambiente del Instituto Federal de Brasília, Campus Estrutural. Los resultados revelaron que los estudiantes de secundaria enfrentaron dificultades para asociar las observaciones del experimento con los conceptos de distorsión, tangencia y proyección. A lo largo del proceso de construcción, validación, desarrollo y evaluación de la TM, los estudiantes de pregrado reconocieron la importancia del cuidado en la planificación y preparación de las acciones de enseñanza de las matemáticas, especialmente cuando se busca una mayor interacción de los estudiantes con los conceptos y su aplicación en la realidad.

Palabras clave: Tarea Matemática. Proyecciones cartográficas. Distorsiones. Investigación. Geometría.

Introdução

A Tarefa Matemática, foco deste relato de experiência, é o resultado de uma série de ações ao longo da disciplina de Geometria para o Ensino II, do curso de licenciatura matemática da Universidade de Brasília, realizadas no segundo semestre letivo do ano de 2022. Esta disciplina tem por objetivo proporcionar aos futuros professores oportunidades para desenvolver competências e habilidades para conceber e coordenar o trabalho pedagógico no campo da Geometria no Ensino Médio, por meio de uma fundamentação teórico-metodológica dos conteúdos específicos desta etapa de escolarização, de modo que possa organizar as aulas em sala, favorecendo a aprendizagem da Matemática.

Para que este objetivo fosse alcançado, o desenrolar da disciplina teve como foco principal o estudo de Tarefas Matemáticas (TM). Assim, ao iniciar as aulas, nos deparamos com o seguinte conceito:

[...] tarefas são ferramentas de medição fundamentais no ensino e na aprendizagem da Matemática. Uma tarefa pode ter ou não potencialidades em termos de conceitos e processos matemáticos que podem ajudar a mobilizar. Pode dar lugar a atividades diversas, conforme o modo como for proposta, a forma de organização do trabalho dos alunos, o ambiente de aprendizagem e a sua própria capacidade e experiência anterior (Ponte, 2014, p.16).

A partir disso, foi desenvolvida uma série de ações, como analisar tarefas matemáticas de livros didáticos, debates e questionamentos a respeito das dificuldades do ensino de geometria, estudos de documentos pedagógicos e curriculares, todos esses com o propósito de preparar os licenciandos para a criação, a validação e o desenvolvimento de uma TM em sala de aula no Ensino Médio.

Após compreender as dimensões fundamentais das Tarefas matemáticas, como seu grau de desafio e seu grau de estrutura, e estudar os tipos de tarefas que se obtêm a partir do cruzamento dessas dimensões (Ponte, 2005), os licenciandos foram separados em grupos, nos quais cada grupo trabalharia uma TM de investigação ou de exploração em uma sala de aula no Ensino Médio. Desse modo, seria possível observar e analisar tanto o desenvolvimento dos alunos, quanto suas respostas frente a esse tipo de tarefa.

Nesse contexto, relatamos, aqui, os estudos realizados para fundamentar nossa TM, as pesquisas desenvolvidas para a sua elaboração, as análises dos resultados obtidos e, por fim, nossas considerações a respeito dessa experiência formativa na licenciatura. É importante destacar que a elaboração desta Tarefa teve como propósito satisfazer o Objetivo de Aprendizagem da Base Nacional Comum Curricular de “Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital” (Brasil, 2018).

As Tarefas matemáticas e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

O ensino exploratório tem como característica promover a descoberta e a construção do conhecimento pelo aluno, em contraste com a abordagem em que o

professor explica tudo. Isto não implica na ausência do professor, pois este desempenha um papel fundamental na condução da sistematização das aprendizagens. Assim, na exploração, a reflexão e a discussão são os momentos mais valorizados, visto que são fundamentados no trabalho prático já realizado (Ponte, 2005). Conforme o autor, uma exploração consiste em uma tarefa aberta de natureza acessível à maioria dos alunos, isto é, elas promovem o desenvolvimento da autonomia e da capacidade de lidar com situações complexas, além de possibilitar que os alunos tenham um elevado grau de sucesso, o que contribui para sua autoconfiança.

Assim, o ensino exploratório se dá a partir de quatro aspectos fundamentais que podem ser destacados: colaboração, inquirição, reflexão e comunicação (Chapman; Heater, 2010 *apud* Rossa; Estevam, 2022, p. 289). As aulas com essa abordagem seguem uma estrutura em fases sequenciadas: introdução da tarefa, desenvolvimento ou exploração da tarefa com monitoramento e apoio aos alunos, apresentação e discussão das resoluções e sistematização das aprendizagens, formalizando ideias discutidas ao longo da aula em consonância com os currículos (Stein *et al.*, 2008; Canavarro, 2011; Rodrigues; Cyrino, 2017 *apud* Rossa; Estevam, 2022).

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), espera-se dos alunos que desenvolvam a capacidade de resolver problemas, aplicando conceitos e resultados para obter soluções e interpretar segundo seu contexto. Na Etapa do Ensino Médio, esses:

[...] novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos (Brasil, 2018, p. 529)

Desse modo, uma Tarefa Matemática desenvolve capacidades por meio de habilidades e caminhos que ressignificam a aprendizagem ainda que apresente características próprias, como ser de uma área mais específica e estabelecer relações e pontos comuns de conhecimento, promovendo, assim, amplo aprendizado significativo, que resulta na interdisciplinaridade.

Podemos afirmar que a Tarefa Matemática funciona como uma ferramenta no processo de ensino e aprendizagem da matemática que pode ou não

desencadear potencialidades (Cyrino; Jesus, 2014). Desse modo, o Currículo em Movimento do Novo Ensino Médio do Distrito Federal (Distrito Federal, 2021) apresenta a mesma linha proposta pela BNCC na área de matemática, ou seja, uma visão integrada ligada à realidade sobre diversos contextos em que o aluno é protagonista do conhecimento atrelado às demais aprendizagens. Já dentro do objetivo, a BNCC tem como foco de aprendizagem investigar as deformações de ângulos e áreas provocadas pelas diferentes projeções usadas na cartografia com ou sem o apoio de aparato tecnológico, visto que é comumente utilizado em livros da área de história e/ou geografia para estudar tal assunto, sendo bem pouco abordado na matemática e suas áreas afins.

Assim, a Tarefa Matemática tem como premissa integrar e desenvolver questões de outras áreas do conhecimento, abordando e compreendendo as diferentes projeções cartográficas, bem como seu uso, gerando reflexões e pensamento crítico dentro da visão etnocêntrica ainda presente na atualidade. A adaptação da TM se deu em decorrência das perguntas feitas em que o pensamento crítico e as devidas observações foram pontuadas e registradas.

A Cartografia e a Matemática

É de conhecimento primário a importância que os estudos cartográficos tiveram no progresso da humanidade. Apesar de, atualmente, não ser mais comum o uso de mapas físicos, estes permanecem tendo um grande papel na vida das pessoas, seja em seu trabalho, em uma viagem ou para se localizar. Dito isto, os primeiros contatos com um mapa e sua interpretação são desenvolvidos na escola, especialmente em áreas das ciências humanas. Entretanto, esse conhecimento pode ocorrer de forma integrada com a matemática.

Podemos definir a projeção cartográfica como “uma transformação de espaços biunívoca entre uma superfície de referência (SR) e uma superfície de projeção (SP)” (Firkowski, 2004, p. 41). Assim, uma projeção perfeita seria aquela que consegue atender às três seguintes propriedades: conformidade, equivalência e equidistância (Campos, 2007). Entretanto, por ocorrerem a partir de transformações, as projeções da superfície terrestre apresentam deformações, chamadas distorções, que não são passíveis de serem corrigidas, visto que a

esfera não é isométrica ao plano, e isso pode ser demonstrado pelo teorema egrégio de Gauss (Szczpanski, 2014).

Dessa forma, as projeções cartográficas são classificadas de acordo com propriedades nas quais se deseja representar, ou seja, projeções com o mínimo ou nenhuma deformação da informação desejada, de acordo com o tipo de contato SR e SP, e quanto ao método de elaboração dos traçados (Campos, 2007).

Tendo em vista o objetivo de aprendizagem “Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital” (Brasil, 2018), buscamos em livros didáticos de matemática por conteúdo ou questões que tratam desse assunto. Entretanto, por ser comumente trabalhado em livros didáticos de história e/ou geografia e por este conteúdo ser abordado pela primeira vez na BNCC na área de matemática, não foi fácil encontrar atividades que instiguem a prática deste objetivo no campo da matemática.

Assim, este objetivo foi visto como um desafio e como uma oportunidade de desenvolver uma TM que possa ser usada como base para desenvolver e integrar questões de outras áreas do conhecimento. Nesse sentido, buscamos apresentar, ao longo da Tarefa Matemática, três tipos de projeções: cilíndrica, cônica e plana. Em seguida, observar o raciocínio desenvolvido pelos alunos e a associação do conceito de distorção com as projeções realizadas.

Desenvolvimento

Iniciamos o semestre estudando as definições de Tarefas Matemáticas presentes no texto “Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática” de João Pedro da Ponte. A partir disso, analisamos livros didáticos em busca de tarefas matemáticas, debatemos as dificuldades no ensino de geometria, exploramos documentos pedagógicos e curriculares e, por fim, nos foi definido criar uma TM a partir do objetivo de aprendizagem “Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital” da BNCC.

Após definido este objetivo, enfrentamos muitos desafios na busca por tarefas existentes, visto que muitos livros de Matemática não abordam o tema de cartografia. Então, decidimos criar uma. Testamos vários protótipos, mas as

projeções das figuras não eram satisfatórias. Desse modo, após uma reunião com a professora da disciplina que nos disponibilizou alguns textos, encontramos inspiração em pesquisas de Zanon (2022) que abordava algumas tarefas desenvolvidas por ele no Livro Aberto de Matemática (LAM). Com isso, adaptamos três tarefas matemáticas que exploram projeções cilíndricas, cônicas e planas.

Após definir a Tarefa Matemática (TM), ajustamos para que ela tivesse um caráter investigativo com o intuito de garantir que os conhecimentos adquiridos durante sua realização respondessem a três perguntas no final da TM, indicadas no Anexo A. Posteriormente, tivemos uma aula de aperfeiçoamento da tarefa, na qual avaliamos se ela abordava o objetivo em sua totalidade, delineamos a rede conceitual necessária, antecipamos possíveis dúvidas e dificuldades dos alunos (Quadro 1), descrevemos a resolução almejada e a conclusão da Tarefa Matemática. Também designamos os professores regentes e observadores para a execução em sala de aula. Realizamos ainda uma simulação da aplicação da tarefa, fundamental para identificar falhas e melhorias, baseadas na perspectiva dos colegas de disciplina.

Quadro 1 - Rede conceitual necessária e antecipação de dúvidas e estratégias

Rede Conceitual	Para que a TM seja melhor desenvolvida, faz-se necessário alguns conceitos prévios como: <ul style="list-style-type: none">● Sólidos geométricos;● Definição de tangência;● Escala;● Deformação.
Antecipação de dúvidas/dificuldades conceituais dos alunos	<ul style="list-style-type: none">● Não compreensão do que é uma projeção;● Dúvidas com o conceito de distorção;● Dificuldade em verificar as alterações na projeção devido ao tamanho dos desenhos.
Antecipação de estratégias de mediação para que o(a) professor(a) utilize de modo a minimizar tais dúvidas/dificuldades	<ul style="list-style-type: none">● Explicar os conceitos necessários;● Utilizar de exemplos, de preferência com materiais físicos, na definição do conceito de distorção;● Solicitar que não façam desenhos pequenos.

Fonte: Acervo pessoal, 2022.

Devido ao calendário acadêmico, a última semana de dezembro foi reservada para a preparação final dos materiais e para a adequação da tarefa,

visando seu desenvolvimento em uma escola. Desenvolvemos a Tarefa no dia 16 de janeiro de 2023, no Instituto Federal de Brasília Campus Estrutural, em uma aula dupla de matemática cedida pela professora Evelyn Helena Nunes Silva. Em uma turma de 3º ano de Ensino médio técnico integrado ao meio ambiente, estavam presentes 19 alunos, sendo 6 homens e 13 mulheres com idades entre 17 e 19 anos. Apenas 2 alunos possuíam dependência em matemática e nenhum havia reprovado.

Iniciamos a aula coletando algumas opiniões acerca da relação dos alunos com a matemática a partir de um formulário do Google. Questionamos a respeito da afinidade com a disciplina, quais conteúdos mais lhes interessavam, qual a importância da matemática para eles, quais metodologias usadas eram mais eficientes e quais artifícios usados pelo professor torna o aprendizado mais fácil e, por fim, se a geometria deveria ser mais explorada em sala.

Após a conclusão do questionário, demos início à Tarefa Matemática, organizando os alunos em grupos para promover discussões e cooperação. As regentes Eduarda do Carmo e Maria Eduarda Domience conduziram a aula e providenciaram os materiais, enquanto os observadores Daniela Maria e outro colega de grupo avaliaram o comportamento dos alunos, registraram dúvidas, pensamentos e reflexões, além de documentar o progresso com fotos.

Os alunos receberam materiais impressos para a prática da tarefa, assim como folhas brancas para anotar suas respostas. Sete grupos de três a cinco integrantes foram formados, e a professora Evelyn, que nos acolheu, participou de um dos grupos. Ao final da aula, coletamos as resoluções. A seguir, abordaremos os resultados obtidos.

Resultados e discussão

Em relação ao questionário, as respostas revelaram uma maioria positiva em relação ao gosto pela disciplina, entusiasmo ao entender o conteúdo, mas também dificuldades quando não há prática suficiente. Muitos reconhecem a utilidade da matemática no cotidiano, especialmente nas finanças, embora alguns não percebam sua presença em outras áreas. Há apoio ao uso de metodologias variadas, mas a compreensão da matéria depende do conteúdo, quantidade de aulas e prática de exercícios, com fixação em curto prazo. Alguns alunos

defendem uma abordagem mais atenciosa desde o ensino fundamental. Quanto à geometria, opiniões dividem-se: alguns desejam mais exploração prática e delicada, enquanto outros têm menos interesse ou preferem outros conteúdos.

Após explicar a tarefa, o progresso do desenvolvimento dos alunos foi lento, e eles não demonstraram grande entusiasmo ou confiança. No entanto, à medida que se tornaram mais à vontade com nossa presença, eles se envolveram de forma mais ativa e começaram a discutir entre si as questões propostas. Conseqüentemente, ao longo da aula, as regentes passavam nas mesas para auxiliar os grupos e esclarecer dúvidas.

Figura 1 - Ilustração da parte A da garrafa PET e da projeção cilíndrica



Fonte: Acervo pessoal, 2022.

Alguns grupos, em particular, apresentaram dificuldade em responder o porquê da projeção possuir imagem no centro na Parte II da tarefa referente à projeção plana. Em outra ocasião, um dos grupos questionou Eduarda, uma das regentes, sobre a confiabilidade de mapas. Ela instruiu os alunos a refletirem sobre todas as distorções e diferenças em cada projeção, observando o que haviam explorado na TM. Logo após, o aluno modificou seus argumentos iniciais, o que levou a regente a ser mais cuidadosa ao interferir nas respostas dos alunos.

Além disso, a professora Evelyn se mostrou muito animada com o desenvolvimento da Tarefa Matemática e interessada em trabalhar com o professor de geografia. Ela também ficou surpresa com a participação dos alunos do fundo da sala que costumam apresentar desinteresse. Dito isto, consideramos que a prática da TM foi bem-sucedida por atingir todos os alunos presentes.

Figura 2 - Projeções finais realizadas por um dos grupos



Fonte: Acervo pessoal, 2022.

No que diz respeito à rede conceitual e às dúvidas levantadas em sala de aula, os alunos não demonstraram dificuldades. No entanto, ao analisarmos as respostas na TM, é possível identificar diversos pontos que precisam ser trabalhados. Na Parte I da TM, observamos respostas como:

Quadro 2 - Respostas à Parte I da TM

Identificação dos grupos	Respostas às perguntas: a. Algum desenho ficou dividido pelo limite da folha? b. Algum desenho não aparentou estar distorcido? c. Modifique a localização da lanterna distanciando ou aproximando do cilindro. O que ocorre? d. Retire o papel da parte B. Analise todos os desenhos feitos, um de cada vez, e discuta com o grupo se houve alguma distorção ao realizar a projeção. Se sim, quais foram e onde ocorreram com maior intensidade?
A	a. Sim. b. Sim. c. Os desenhos mudam de tamanho e posição. d. Os que foram desenhados mais em cima ficaram maiores
B	a. Sim, lua b. Sim, coração, peixe c. Os desenhos ficam distorcidos d. Nas extremidades ocorreram mais distorção
C	a. Sim, o nome Samuel ficou cortado. b. Não, todos os desenhos ficaram distorcidos c. De acordo com o ângulo que apresentamos no cilindro a distorção varia. d. Houve distorções, elas ocorreram com mais evidência principalmente ao se aproximar do vértice da parabolóide.

Fonte: Acervo pessoal, 2022.

Aqui, percebemos uma evolução nas respostas, passando de explicações curtas e com pouca utilização de conceitos para uma resposta mais elaborada. A maioria dos grupos emprega uma linguagem semelhante à dos grupos A e B, na qual não é necessária uma explicação detalhada do que estão observando. Por outro lado, no grupo C, é evidente uma maior atenção às palavras escolhidas e aos seus significados, além de uma tentativa de descrever o fenômeno de forma mais precisa, utilizando termos matemáticos.

Na Parte II da TM, em que exploramos as projeções planas, observamos uma grande convergência nas respostas. A maioria dos participantes concordou que as maiores distorções ocorriam na parte da garrafa mais distante da folha. Entretanto, poucos grupos desenharam próximos à boca da garrafa, o que resultaria em pouca ou nenhuma distorção. Além disso, muitos perceberam que, ao mover a lanterna para mais perto ou para longe, ocorre uma ampliação ou redução das figuras projetadas. No entanto, ao serem questionados sobre o motivo de nenhuma projeção apresentar uma imagem no centro, a maioria inicialmente enfrentou dificuldades para responder, mas, eventualmente, chegaram a uma conclusão.

Quadro 3 - Respostas à Parte II da TM

Identificação dos grupos	Respostas às perguntas:
	a. Onde se localizaram as maiores distorções? b. Algum desenho não aparentou estar distorcido? c. Por que nenhuma projeção possui imagem no centro? d. O que acontece se você afastar ou aproximar a lanterna?
B	a. Os desenhos da boca da garrafa ficam menores e os da ponta menores. b. Sim. c. A lanterna está posicionada no centro. d. Se afasta diminui e quando aproxima aumenta.
D	a. Nas extremidades do cone. b. Não. c. Pois o centro é o ponto de vista. d. Uma diminuição dos desenhos e aumento da área utilizada e distorção no tamanho e formato das extremidades.

Fonte: Acervo pessoal, 2022.

Na Parte III, exploramos a projeção cônica. Embora os alunos tenham estudado cartografia previamente, é evidente que, mesmo familiarizados com o termo "distorção", alguns deles têm dificuldade em relacionar claramente o

significado ao que estão observando. Nos grupos B e C, notamos que eles tendem a explicar usando palavras com as quais têm uma afinidade conceitual mais forte, em especial a palavra "zoom".

Quadro 4 - Respostas à Parte III da TM

Identificação dos grupos	Respostas às perguntas: a. Todos os desenhos realizados sobre a semiesfera aparecem na projeção? b. Algum desenho ficou dividido ou não apareceu? c. Movimente o cone para cima, afastando-o da fonte de luz e observe como as sombras mudam à medida que a superfície cônica se afasta da luz. O que ocorre? d. Analise uma imagem de cada vez, e discuta com o grupo se ocorreu alguma distorção em relação ao desenho original. Se sim, quais foram e onde ocorreram com maior intensidade?
B	a. Na parte I sim e na parte II não, por conta do tamanho. b. Sim na parte I. c. As imagens se distorcem. d. Quando o cone está afastado dá um Zoom na imagem.
C	a. Sim, aparecem. b. Não, todas aparecem. c. Sim, pois sofrem um zoom. d. Houveram distorções, mas elas aparentam não distorcer.

Fonte: Acervo pessoal, 2022.

Por fim, na última etapa da TM, indagamos sobre as semelhanças e diferenças entre as projeções. Em seguida, repetimos as perguntas iniciais: "Podemos confiar em um mapa?" e "Toda projeção é fiel à realidade?". Foi neste momento que reconhecemos o potencial da TM para identificar lacunas no entendimento dos alunos.

Quadro 5 - Respostas dos Grupos ao final da TM

Identificação dos grupos	Resposta às perguntas: a. Quais diferenças vocês conseguem perceber entre as três projeções? Quais as semelhanças? b. Podemos confiar em um mapa? Justifique c. Toda projeção é fiel à realidade? Justifique
A	a. A posição das palavras, o formato dos desenhos mudou e o tamanho. b. Não, pois quando mais próximo da linha do equador maior a distorção. c. Não, pois depende do ponto de vista.
B	a. Algumas deixam as imagens mais nítidas, outros não! b. Não, por que depende da posição do país.

Identificação dos grupos	Resposta às perguntas:
	a. Quais diferenças vocês conseguem perceber entre as três projeções? Quais as semelhanças? b. Podemos confiar em um mapa? Justifique c. Toda projeção é fiel à realidade? Justifique
C	c. Não, pois depende da sua posição e o quanto vai estar distorcido. a. Que dependendo da proximidade da parabolóide a parte que se distorce inverte. b. Não, depende de como foram adaptadas, ou seja, como as informações são adaptadas ela distorce algumas imagens. c. Não como existem distorções ao repassar as informações geográficas as projeções são distorcidas e não 100% fies.
D	a. Todos distorcem, mas mantem o desenho perfeito. b. Sim quanto aos desenhos, mas não quanto as projeções. c. Não.
E	a. As diferenças são que elas distinguem conforme o formato conforme a fonte de luz. b. Sim, pois o mapa apesar de não apresentar perfeitamente, eles servem como base de uma ideia. c. Não, pois servem para ver como é o território geograficamente.
F	a. As posições dos desenhos foram diferentes na parte de afastar a lanterna foi semelhante. b. Sim, pois mesmo sendo diferente dependendo da perspectiva é possível ter noção do local. c. Não, pois depende da perspectiva.
G	a. Na posição II o desenho do papel ficou bem mais distante e distorcido, no desenho 1 e 3 quase não se vê uma distância do desenho de origem e da sombra b. Não, pois como foi mostrado, quanto mais longe da linha do equador, maior será a distorção do país fazendo com que pareça que ele é maior ainda (do que já é). c. Não, pois existem diversas formas de projeção, como diversas formas de ângulos.

Fonte: Acervo pessoal. 2022.

No que diz respeito às questões b e c do Quadro 5, é notável o resgate de conceitos, como a relação entre a linha do equador e as projeções cartográficas, além do uso dos termos “ponto de vista”, “perspectiva” e “base de uma ideia”. No entanto, muitos demonstram certa confusão ao conectar esses termos e conceitos, independentemente de sua resposta sobre a confiabilidade de um mapa. Assim, foi unânime a resposta de que nenhuma projeção é totalmente fiel à realidade. Entretanto, ao justificar essa afirmação, observa-se certa dificuldade em associar a distorção com a alteração de ângulos e áreas.

Embora tenhamos estudado a rede conceitual e antecipado possíveis dúvidas, essas dificuldades ainda apareceram ao longo da resolução dos alunos.

Além disso, surgiram termos e palavras que não esperávamos, o que foi interessante, pois evidenciou o uso de linguagem mais familiar e presente no cotidiano dos alunos. Mesmo que estes termos não tenham o significado preciso, conseguimos compreender o raciocínio que ele tentou transmitir. Dito isto, foi importante fazer uma reflexão sobre as estratégias utilizadas durante a resolução e identificar possíveis melhorias para futuras atividades.

A TM foi baseada nos trabalhos de Zanon, que envolveu a realização de diversas tarefas com graduandos e professores de matemática em forma de Oficina com encontros virtuais. Muitos participantes da oficina tiveram facilidade em realizar a tarefa de projeções cartográficas com a garrafa PET, consideraram uma boa prática para sala de aula. Isso se deve ao fato de que os alunos teriam a oportunidade de manipular os objetos e comparar os resultados com os colegas. Dessa forma, podemos afirmar que a prática foi bem-sucedida, atendendo não apenas aos objetivos propostos, mas também oferecendo espaço para exploração e aprofundamento.

Infelizmente, devido às limitações de tempo em sala de aula e ao calendário escolar, não tivemos a oportunidade de retornar ao Instituto para discutir as resoluções e fornecer *feedback* aos alunos, nos impossibilitando de concretizar as quatro fases sequenciadas apresentadas anteriormente. No entanto, no que diz Ponte (2005) sobre a tarefa exploratória gerar autoconfiança, percebemos que os alunos se sentiram motivados e incentivados a responder às perguntas, já que não havia respostas erradas.

Considerações finais

A realização da Tarefa Matemática no IFB foi uma experiência que inseriu ainda mais os futuros professores no âmbito da educação, especialmente no que concerne ao ambiente da sala de aula. A tarefa idealizada na turma de Geometria para o Ensino 2 e, em seguida, desenvolvida com os alunos do IFB, evidenciou a necessidade de adaptar, antecipar, planejar e avaliar o processo de ensino e aprendizagem, uma vez que o conhecimento não se desenvolve e se consolida da mesma maneira para todos os alunos.

Em relação à Tarefa Matemática, identificamos a importância de incentivar os alunos a pensar de maneira mais profunda e a justificar suas respostas, dado

as curtas respostas recebidas. Adicionalmente, percebemos que os materiais utilizados podem ser substituídos, caso haja viabilidade, por outros mais precisos na representação da realidade, como bolas de plástico transparentes, podendo inclusive conter LEDs para facilitar a projeção. Além disso, a Tarefa Matemática pode ser adaptada em uma sequência didática ou dividida em partes para permitir um aprofundamento e uma abordagem mais detalhada do conteúdo.

Por fim, independente dos impasses e das dificuldades, a Tarefa Matemática se revelou um recurso de grande relevância para promover o pensamento crítico, a reflexão e o questionamento. A oportunidade de colocá-la em prática nos proporcionou uma perspectiva mais atenta em relação ao ensino da matemática e à crucial ligação entre os conceitos e sua aplicação prática. Dessa forma, consideramos que a prática foi bem-sucedida e estamos contentes com os resultados obtidos.

Referências

BRANCO, A. L.; MENDONÇA, C.; LUCCI, E. A. **Território e Sociedade no Mundo Globalizado**. 3ª ed. São Paulo: Saraiva, 2016. Disponível em: <<https://educacaobasica.editorasaraiva.com.br/pnld/edital/pnld-2018/obra/1477936/>>. Acesso em 25 out. 2023.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CAMPOS, A. C. Projeções Cartográficas: classificação e características. In: CAMPOS, A. C. **Cartografia Básica**. São Cristóvão: Universidade Federal de Sergipe, CESAD, 2007. Disponível em: <https://cesad.ufs.br/ORBI/public/uploadCatalogo/11201604042012Cartografia_Basica_Aula_11.pdf> Acesso em: 25 out. 2023.

CYRINO, M. C. C. T., JESUS, C. C de. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. *Ciência educ.*, Bauru, v. 20, n. 03, p. 751-764, set. 2014. Disponível em <http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132014000300015&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 25 out. 2023.

DISTRITO FEDERAL, **Currículo em Movimento do Novo Ensino Médio**. Brasília, 2021. 1ª Edição.

DÖRR, R. C.; PINA NEVES, R. DA S.; RIBEIRO, A. J. Tarefas Matemáticas na Formação Continuada de Professores: Investigando a Construção e o

Desenvolvimento de uma Tarefa Exploratória. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 16, n. 42, p. 1-27, 7 ago. 2023.

FIROWSKI, H. Projeções Cartográficas: Fundamentos. *In: VIEIRA, A. J. B. et al. Cartografia*. Curitiba/PR: UFPR, v. 121, 2004. p. 9-15. Disponível em: <https://docs.ufpr.br/~aberutti/recursos_didaticos/textos/cartografia_apostila.pdf> Acesso em: 25 out. 2023.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. *In: PONTE, J. P. da (Org.). Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 13-27.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. *In: GTI (Ed.). O professor e o desenvolvimento curricular*, 2005. Lisboa: APM. p.11-34

ROSSA, E.; ESTEVAM, E. Caracterizando tarefas matemáticas de natureza exploratória. **Revista Insignare Scientia - RIS**, [s. l.], v. 5, n. 5, p. 286-300, 22 dez. 2022.

SILVA, J. M. P. DA; ALBRECHT, E.; PINA NEVES, R. DA S. A Construção de uma Tarefa Matemática sobre Sistemas Lineares: Trabalho Colaborativo no Contexto da Formação de um Formador de Professores. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 16, n. 42, p. 1-34, 27 jun. 2023.

SZCZPANSKI, K.; GREBOT, G. O estudo da esfera através da sua construção. *In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 7. 2013, Montevideú. **Anais [...]**. Montevideú, 2013.

ZANON, L. S. **Projeções Cartográficas**: Uma experiência no Livro Aberto de Matemática e na formação continuada de professores. 2022. 74 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2022. Disponível em: <<https://repositorio.ufsm.br/handle/1/24582>> Acesso em: 25 out. 2023.